

基于分形理论的菱镁矿粉磨程度表征研究

罗奔¹, 李闯^{*1,2,3}, 杨云川¹

1. 沈阳理工大学 材料科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110159;
2. 矿物加工科学与技术国家重点实验室, 北京 102628;
3. 东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110004

中图分类号: TD921+.4 文献标识码: A 文章编号: 1001-0076(2020)02-0125-05
DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2020.02.016

摘要 为了研究菱镁矿粉磨程度的定量表征,以辽宁丹东地区菱镁矿为原料,进行了磨矿试验、粒度检测试验、磨矿细度试验,应用分形理论,建立了用于表征粉磨菱镁矿颗粒粒度分布的体分形维数数学关系。结果表明:体分形维数与磨矿细度呈非线性关系,当体分形维数均值达到极大值,即 $D_3 = 2.4662$ 时,对应的磨矿细度为 -0.074 mm 含量 81.6%,通过浮选试验发现此时浮选指标最好。该研究实现了菱镁矿粉磨程度的定量表征,建立了体分形维数与选矿浮选的联系。

关键词 菱镁矿;磨矿细度;颗粒粒度分布;体分形维数;定量表征

1 引言

菱镁矿是一种碳酸镁矿物,用途十分广泛。因其中的氧化镁具有较强的耐火性、黏结性及其他优良物化特性,被广泛应用于耐火材料的制备;还可以利用菱镁矿提炼金属镁,在冶金、化工、建材及医疗等领域也发挥着巨大的作用^[1]。

中国菱镁矿产量及出口量均居世界首位,是我国的优势矿产资源之一^[2]。虽然我国菱镁矿储量丰富,但由于近年来采富弃贫的采集方式,使得我国优质菱镁矿资源开发殆尽,而低品位菱镁矿不能直接用于生产高级材料,因此需通过选矿来实现对低品位菱镁矿的合理利用。而在选矿过程中,选择合适的磨矿细度有助于使目的矿物与脉石矿物有效分离,对浮选过程十分有利^[3]。郗悦等^[4]以辽宁海城地区的菱镁矿为原料,在反浮选试验研究里指出磨矿细度在 -0.074 mm 含量为 85% 时为最佳条件;董庆国等^[5]在辽宁某低品位菱镁矿浮选除杂试验研究中发现当磨矿细度在 -0.074 mm 含量为 85% 时回收率达到最大值。

但上述研究中对于菱镁矿粉磨程度的表征仍是定性分析,因为对于具有不规则形貌的颗粒破碎材料,传

统欧式几何理论无法实现对其的定量描述,而分形理论作为二十世纪非线性科学研究的重要成果,可以用于解决这一问题。

分形理论在 20 世纪 70 年代由 Mandelbort^[6] 在对海岸线长度的阐述中首次提出,近 50 年来,分形理论被广泛应用于信息、数学、材料、艺术等领域,成为人们研究非线性科学的重要工具^[7-10]。

自然界中的分形分为有规分形和无规分形,研究表明,破碎颗粒材料大多满足自相似,属于无规分形,颗粒粒度分布可用分形维数表征^[11-13]。对于矿物破碎材料研究领域,谢和平等^[14]在试验中发现分形维数可以直观地定量反映岩石破碎的程度;焦红蕾等^[15]利用分形理论建立颗粒数分布模型、颗粒表面积分布模型和颗粒质量分布模型来表征煤炭研磨颗粒粒度分布。但运用分形理论来表征菱镁矿粉磨程度的研究尚未见报道。

本文以菱镁矿为原料制备不同磨矿细度的菱镁矿粉体,通过激光粒度仪测量其粒度分布,结合分形维数定义,以 MATLAB 软件为平台,探究如何实现菱镁矿粉磨程度的定量表征,探寻体分形维数与磨矿细度的关系。为优化低品位菱镁矿浮选结果提供一个新思路。

收稿日期:2019-10-28

基金项目:矿物加工科学与技术国家重点实验室开放基金资助(BGRIMM-KJSKL-2017-02)

作者简介:罗奔(1993),男,内蒙古乌兰察布人,硕士研究生,主要从事分形理论在材料科学中的应用,E-mail:503047946@qq.com。

通信作者:李闯(1984),男,辽宁鞍山人,硕士,在读博士生,高级工程师/讲师,主要从事分形理论在矿物材料科学中的应用,E-mail:sd5116515@163.com。

2 实验

2.1 样品制备

本文选用来自辽宁省丹东地区的天然菱镁矿,其主要化学成分分析结果见表 1。

表 1 原矿化学成分分析

Table 1 Analysis of raw ore chemical composition

Component	MgO	CaO	SiO ₂	TFe
grade/%	45.2	1.09	3.18	0.34

将原料经颚式破碎机、圆锥破碎机两段破碎后过筛,按照磨矿质量浓度 67% 称取 200 g 矿样与 98.5 g 水混合,加入球磨机湿磨,通过调整磨矿时间,得到磨矿时间与磨矿细度的关系,如图 1 所示。

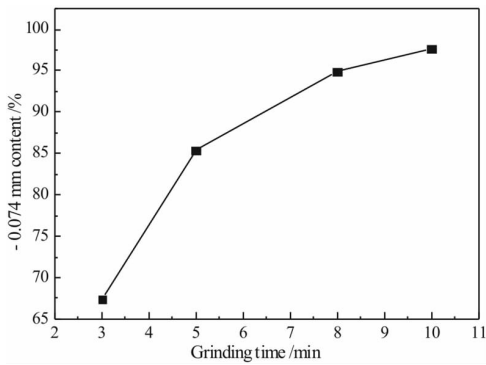


图 1 磨矿时间与磨矿细度关系曲线
Fig. 1 Relationship between grinding time and grinding fineness

为探寻分形维数与磨矿细度的关系,需制备不同磨矿样品,本文选取 5 个时间点,分别制备磨矿细度为 73.8%、77.5%、81.6%、88.8%、94.2% 的菱镁矿粉体各 500 g,装袋备用。

2.2 粒度检测试验

利用五点取样法取制备好的矿样 1 g,与 100 mL 去离子水配置浓度为 1% 的溶液,将其加入 BT-9300S 型激光粒度仪,超声 3 min 后开始测量,采用配套的软件记录测试结果,导出颗粒粒度检测报告。

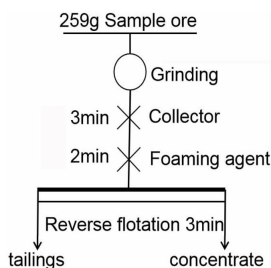


图 2 磨矿细度试验流程图
Fig. 2 Flowsheet of grinding fineness test

2.3 不同磨矿细度的选别试验

取 250 g 制备好的矿样,按照 2#油用量 20 g/t,捕收剂十二胺用量 150 g/t 的试验条件,利用单槽浮选机进行除硅反浮选。磨矿细度试验流程如图 2 所示。

2.4 试验仪器及方法

粒度检测试验设备采用丹东百特仪器有限公司的 BT-9300S 型激光粒度仪,其粒径测定范围为 0.1 μm ~ 340 μm,重复性误差和准确性误差均小于 1% (标样 D₅₀ 偏差)。首先进行参数设置,设置测试样品的介质和遮光率;然后进行背景测试,消除管道中气泡,进行光路校正,减小试验误差;将配置的溶液加入,经超声分散后进行测量,采用配套的软件记录测试结果,导出检测报告。结合分形维数定义,以 MATLAB 软件编程,可求出用于描述粉磨菱镁矿粒度分布特征的分形维数和特征粒径。

3 粉磨菱镁矿粒度分布特征

3.1 粉磨菱镁矿粒度分布分形维数研究

大量研究表明,矿物破碎材料粒径分布是十分复杂的,这些粒径不一的颗粒形貌不规则、呈无序分布,使用传统欧氏几何无法实现对其的定量表征,但由于其满足分形理论的自相似性,从而可以利用分形理论探讨其粒度分布特征。

(1) 体分形维数计算数学模型

Rosin-Rammler 分布形式通常通过负累积率的形式表征,其数学表达式如下:

$$y_- = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_e}\right)^m\right] \quad (1)$$

式中: y_- 为粒径大于 x 的菱镁矿质量负累积率, x 为特征粒径, x_e 为分布模数; m 为便于建立分形维数测定数学模型,以下描述选取 Rosin-Rammler 分布的正累积率表达式。

本文应用 Yang^[17] 提出的体分形维数测定方法。假设一个单位长度的特征粒径为 $R = x_e/x$, 其与分形特征粒径的关系为:

$$R_f = R^{3-D_3} \quad (2)$$

式中: D_3 为体分形维数。

菱镁矿质量正累积率 y_+ 对于 R 的导数与 y_+ 成正比,与 R_f 成反比,其微分形式为:

$$\frac{dy_+}{dR} = C_2 \frac{y_+}{R_f} = C_1 \frac{y_+}{R^3 - D_3} \quad (3)$$

式中 $C_1 = kC_2$, 对 (3) 式积分可得:

$$y_+ = C \exp\left[-\left(\frac{x}{x_e}\right)^{\left(\frac{2D_3-4}{3-D_3}\right)}\right] \quad (4)$$

令 $\lim_{x \rightarrow 0^+} y_+ = 1$, 可得常数 $C = 1$ 。由此易得 Rosin - Rammmler 负累计率体分形维数测定数学模型为:

$$y_- = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_e}\right)^{\left(\frac{2D_3-4}{3-D_3}\right)}\right] \quad (5)$$

则, $m = \left(\frac{2D_3-4}{3-D_3}\right)$, 体分形维数 $D_3 = \frac{3m+4}{m+2}$ 。

(2) 体分形维数计算

根据粒度检测报告, 由上述体分形维数计算数学模型, 可计算出不同细度下菱镁矿样品的特征参数。计算结果见表 2。

本文共进行 3 次粒度检测试验, 可以发现, 3 次计算结果差别不大, 菱镁矿体分形维数都在 2.44 ~ 2.47 之间, 且当菱镁矿磨矿细度达到 81.6% 时, 其体分形维数 D_3 分别为 2.462 5、2.467 5、2.468 5, 在 3 组试验结果中对应为极大值, $(\bar{D}_3) = 2.466 2$; 其特征粒径 x_e 分别为 53.054 7、52.458 6、54.858 6, 在各自的组别里都为中值, $(\bar{x}_e) = 53.457 3$; 拟合曲线相关系数 r 分别为 0.979 4、0.979 1、0.978 6, 其值在各组别里也都是极大值, $\bar{r} = 0.979 0$ 。

表 2 不同细度下菱镁矿粒度分布特征拟合结果 /%

Table 2 Fitting results of particle size distribution characteristic of magnesite at different fineness

fineness (%)	x_e	D_3	r
73.8	58.852 6	2.460 2	0.975 7
77.5	55.280 5	2.456 6	0.979 3
81.6	51.847 0	2.462 5	0.979 4
88.8	44.870 2	2.455 2	0.974 4
94.2	42.654 4	2.443 8	0.970 6

fineness (%)	x_e	D_3	r
73.8	53.759 5	2.450 2	0.978 4
77.5	56.854 7	2.461 3	0.978 9
81.6	52.458 6	2.467 5	0.979 1
88.8	48.658 2	2.460 2	0.973 2
94.2	43.584 6	2.453 5	0.971 1

fineness (%)	x_e	D_3	r
73.8	55.689 5	2.455 3	0.972 5
77.5	57.588 7	2.460 7	0.975 6
81.6	54.858 6	2.468 5	0.978 6
88.8	49.255 2	2.459 2	0.971 8
94.2	46.558 6	2.448 5	0.970 9

图 3 是不同磨矿细度下菱镁矿相对质量负累积规律。可以看出, 菱镁矿粒径与相对质量负累积率是一条“S”型曲线, 符合 Rosin - Rammmler 分布规律, 且拟合曲线与试验曲线十分接近, 只在中粒径附近存在一定的偏差, 但相关系数都在 97% 以上; 这说明粉磨菱镁矿颗粒质量分布满足统计意义上的自相似性, 可以用分形维数来定量表征。

4 体分形维数与磨矿细度关系验证

4.1 磨矿细度试验结果

将浮选试验得到的精、尾矿烘干取样, 经化学成分

分析可得到不同磨矿细度下菱镁矿精矿产率、MgO 品位、MgO 回收率, 结果如表 3 和图 4 所示。

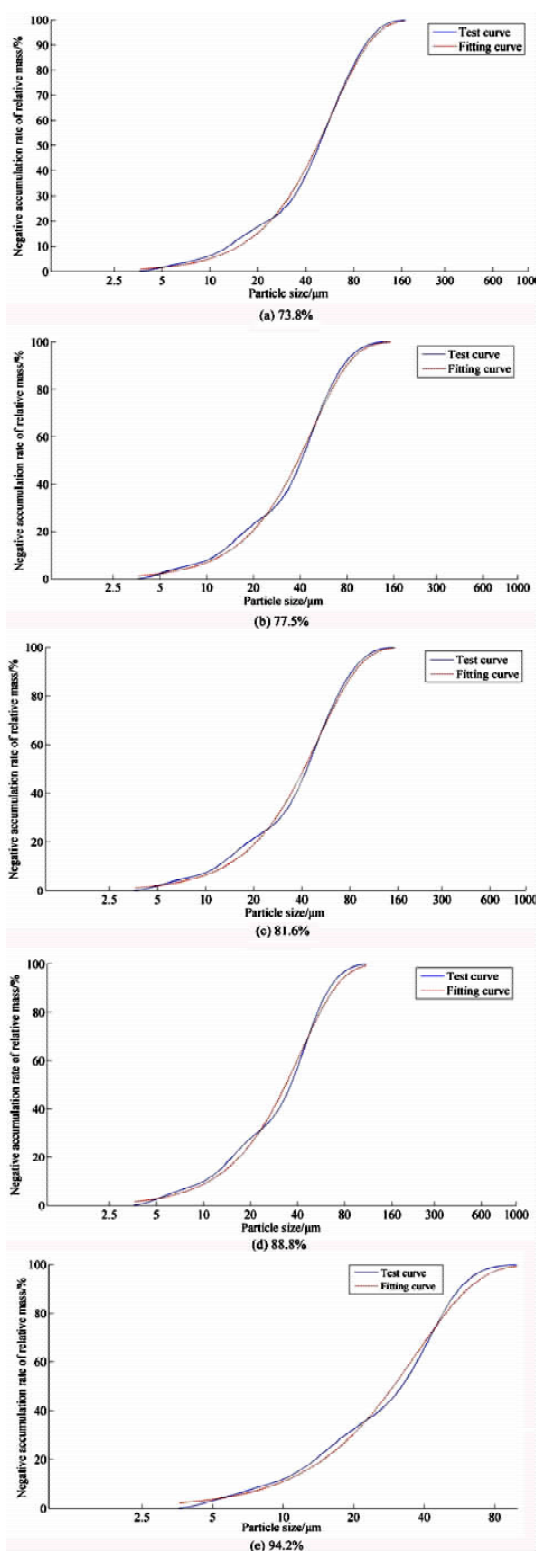


图 3 不同磨矿细度下菱镁矿相对质量负累积规律
Fig. 3 Negative accumulation of relative mass of magnesite at different grinding fineness

由图 4 可知, 共进行 3 组选别试验, 每组分别为 5 个不同细度, 共计 15 次试验。发现随着磨矿细度的增

加,精矿中 MgO 品位大体呈先增长后减小的趋势,且 MgO 回收率也是先升高后降低,当磨矿细度为 81.6% 时, MgO 品位、回收率达到最高。经综合考虑,确定试验最佳菱镁矿浮选条件为磨矿细度为 -0.074mm 含量 81.6%。

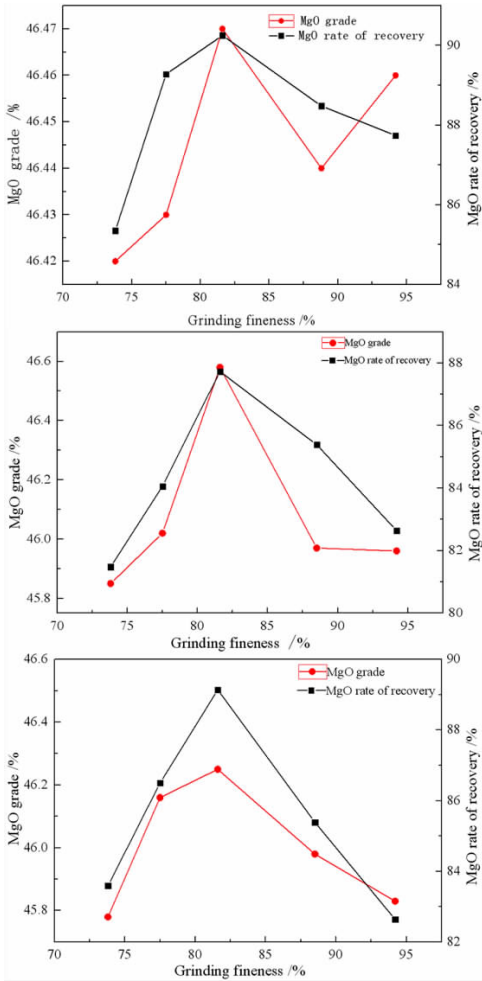


图 4 磨矿细度试验结果
Fig. 4 Results of grinding fineness test

表 3 磨矿细度试验结果

Table 3 Results of grinding fineness test

D_3	yield/%	MgO grade/%	MgO rate of recovery/%
2.460 2	83.16	46.42	85.35
2.456 6	86.97	46.43	89.28
2.462 5	87.84	46.47	90.25
2.455 2	86.17	46.44	88.48
2.443 8	85.42	46.46	87.74
<hr/>			
D_3	yield/%	MgO grade/%	MgO rate of recovery/%
2.450 2	82.56	45.85	81.48
2.461 3	85.87	46.02	84.06
2.467 5	86.97	46.58	87.73
2.460 2	85.72	45.97	85.39
2.453 5	83.98	45.96	82.64
<hr/>			
D_3	yield/%	MgO grade/%	MgO rate of recovery/%
2.455 3	81.49	45.78	83.59
2.460 7	82.88	46.16	86.5
2.468 5	85.41	46.25	89.14
2.459 2	82.25	45.98	87.47
2.448 5	80.34	45.83	85.3

4.2 体分形维数与磨矿细度关系验证

综上所述,体分形维数与磨矿细度关系如图 5 所示。

由图 5 可知,当体分形维数最大时,所对应的磨矿细度为 -0.074 mm 含量 81.6%。说明在 3 次试验中,当体分形维数处于极大值时,菱镁矿磨矿细度也为最佳条件,证明了粉磨菱镁矿的粉磨程度通过体分形维数来进行定量表征是合理的。

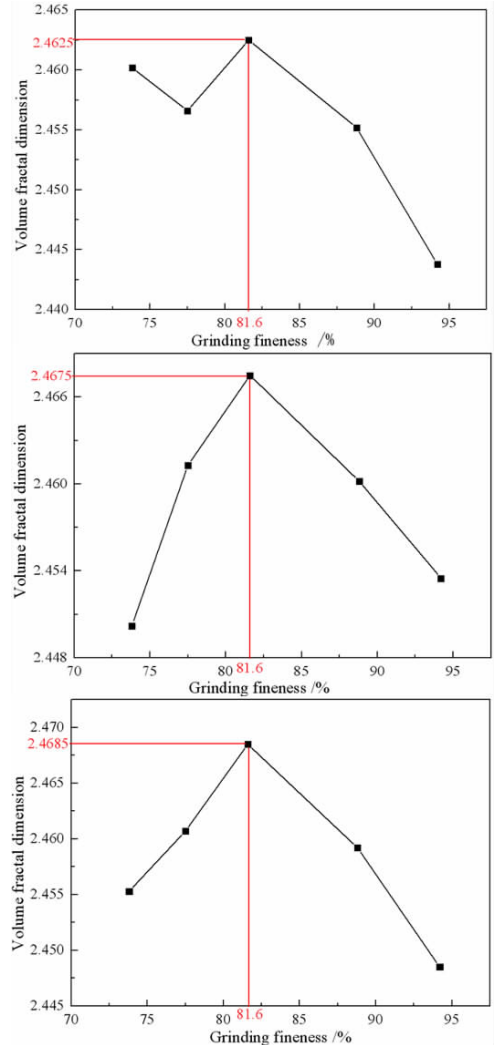


图 5 体分形维数与磨矿细度关系图
Fig. 5 Relationship between volume fractal dimension and grinding fineness

5 结论

(1) 本文基于分形理论,将分形维数应用于粉磨菱镁矿颗粒粒度分布定量表征。通过粒度检测试验,计算出当菱镁矿磨矿细度为 81.6% 时,体分形维数达到该组试验的极大值,分别为 2.462 5、2.467 5、2.468 5, $\overline{D_3} = 2.466 2$; 特征粒径分别为 53.054 7、52.458 6、54.858 6, $\overline{x_c} = 53.457 3$; 菱镁矿粒径与相对

质量负累积率拟合曲线相关系数 r 分别为 0.979 4、0.979 1、0.978 6, $\bar{r}=0.979 0$ 。

(2) 本文选取 5 个不同磨矿细度作为变量,通过 3 组选别试验发现磨矿细度为 -0.074 mm 含量 81.6% 时,浮选效果较好。

(3) 本文研究了体分形维数与磨矿细度关系,结果表明:当体分形维数达到极大值时,其对应的菱镁矿磨矿细度浮选效果较好,证明了菱镁矿的粉磨程度可以通过体分形维数来进行定量表征。为描述菱镁矿粉磨程度提供了一个新的表征手段,建立了体分形维数与选矿浮选的联系。

参考文献:

- [1] 肖丽聪,代淑娟.我国菱镁矿现状及选矿方法的介绍[J].有色矿冶,2017,33(1):29-31.
- [2] 邱素梅.我国菱镁矿资源及市场[J].非金属矿,2001,24(1):5-6.
- [3] 李晓安,代淑娟,周凌嘉,等.辽宁某高硅低品位菱镁矿浮选提纯试验研究[J].中国矿业,2012,21(2):63-67.
- [4] 郗悦,代淑娟,郭小飞,等.海城某菱镁矿石反浮选试验研究[J].非金属矿,2018,41(3):76-78.
- [5] 董庆国,白阳,吴清峰,等.辽宁某低品位菱镁矿浮选除杂试验研究[J].非金属矿,2018,41(3):100-102.
- [6] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco, CA, U-S: W. H. Freeman and Company, 1982.
- [7] Huang J Y, Hu S S, Xu S L, et al. Fractal crushing of granular materials

- under confined compression at different strain rates[J]. International Journal of Impact Engineering, 2017, 106: 259-265.
- [8] Krisnan R, Ruchi J. Association between vascular density and loss of protective RAS during early NPDR by fractal dimension[C]. 2017 ARVO Annual Meeting: Global Connections in Vision Research. Baltimore, MD, US: the Association for Research in Vision and Ophthalmology, 2017.
- [9] Zhou B, Wang J. Three-dimensional sphericity, roundness and fractal dimension of sand particles[J]. Géotechnique, 2017, 112: 207-219.
- [10] Florindo J B, Bruno O M. Closed contour fractal dimension estimation by the Fourier transform[J]. Chaos, Solitons&Fractals, 2011, 44(10): 851-861.
- [11] 龚莉.基于球磨法的超细石英粉体分形研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.
- [12] Logan B E. Environmental transport processes[M]. New York, NY, US: John Wiley&Sons, 1999.
- [13] Helalizadeh A, Müller-Steinhagen H, Jamialahmadi M. Application of fractal theory for characterization of crystalline deposits[J]. Chemical Engineering Science, 2006, 61: 2069-2078.
- [14] 谢和平,高峰,周宏伟,等.岩石断裂和破碎的分形研究[J].防灾减灾工程学报,2003,23(4):1-9.
- [15] 焦红蕾,夏德宏,张省现,等.基于分形方法的煤炭研磨颗粒粒度分布模型[J].北京科技大学学报,2007(11):1151-1153,1170.
- [16] 戴丽燕.关于 Rosin-Rammler 粒径分布函数的研究[J].有色矿冶,2000,16(3):15-17.
- [17] Yang Y C, Wang L, Feng Y. Study on fractal mathematical models of pulverizing theory for one[J]. Powder Technology, 2016, 288(1): 354-359.

Study on Characterization of Magnesite Grinding Degree Based on Fractal Theory

LUO Ben¹, LI Chuang^{1,2,3}, YANG Yunchuan¹

1. Shenyang Ligong University, College of Materials Science and Engineering, Shenyang 110159, China;

2. State Key Laboratory of Mineral Processing Science and Technology, Beijing 102628, China;

3. Northeastern University College of Resources and Civil Engineering, Shenyang 110004, China

Abstract: In order to study the quantitative characterization of magnesite grinding degree, grinding test, particle size detection test and grinding fineness test were carried out with the raw material of magnesite derived from Dandong area of Liaoning Province. Based on the fractal theory, a mathematical model of volume fractal dimension was established to characterize the particle size distribution of magnesite grinding. The results showed that the volume fractal dimension has a non-linear relationship with the grinding fineness. When the mean value of volume fractal dimension reaches the maximum value, that is, $D_3 = 2.4662$, the corresponding grinding fineness of -0.074 mm is 81.6%, while the flotation test obtained the optimal flotation index. Quantitative characterization of magnesite grinding degree was realized, and the relationship between volume fractal dimension and flotation was established in this paper.

Key words: magnesite; grinding fineness; particle size distribution; volume fractal dimension; quantitative characterization

引用格式:罗奔,李闯,杨云川.基于分形理论的菱镁矿粉磨程度表征研究[J].矿产保护与利用,2020,40(2):125-129.

Luo B, Li C and Yang YC. Study on characterization of magnesite grinding degree based on fractal theory[J]. Conservation and utilization of mineral resources, 2020, 40(2): 125-129.