

# 基于 I-GWO-BP 神经网络的紫金山铜矿浮选回收率预测研究

夏永涛<sup>1</sup>, 马英强<sup>1,2</sup>, 印万忠<sup>1</sup>, 袁水平<sup>1,2</sup>, 鲁军<sup>3</sup>, 张德文<sup>3</sup>, 詹殷权<sup>1</sup>

1. 福州大学 紫金地质与矿业学院, 福建 福州 350108;
2. 福建省新能源金属绿色提取与高值利用重点实验室, 福建 福州 350108;
3. 紫金矿业集团股份有限公司, 福建 上杭 364200

中图分类号: TD952.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-0076(2023)03-0051-09  
DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2023.03.005

**摘要** 为克服传统测量浮选回收率方式存在的低效率、滞后性等问题, 结合紫金山硫化铜矿浮选厂生产情况, 采用基于 MI(Mutual Information)互信息法对选厂原矿品位、丁胺黑药用量等浮选条件因子进行特征选择, 在此基础上, 建立了基于 BP(Back Propagation)、GWO-BP(Grey Wolf Optimizer-Back Propagation)、I-GWO-BP(Improved-Grey Wolf Optimizer-Back Propagation)的三种浮选回收率预测模型, 并选取紫金山硫化铜矿浮选车间生产数据进行神经网络训练与验证试验, 分析了浮选回收率预测模型的准确性。结果表明: 相较于基于 BP、GWO-BP 的浮选回收率预测模型而言, 基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型具有更大的相关系数和更小的均方误差根, 说明该模型泛化拟合能力更强, 对浮选回收率的预测值在很大程度上逼近于真实值, 预测精度更高。本研究结果可为实现浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术开发提供支持。

**关键词** 浮选回收率; 互信息法; BP 神经网络; 改进的灰狼算法

浮选回收率是衡量选矿生产质量的重要指标之一。通过人工化验、仪器测量、计算获得的实时回收率数据可帮助工人及时调整浮选条件进而改善浮选指标, 但这种方式效率低、成本高、误差大。同时, 通过传统的物理化学反应和内部因素来建立浮选回收率预测模型有很大难度。因此, 一些学者通过软测量建模的研究方法, 以期实现对浮选回收率的快速、自动、准确预测。尤其是近年来, 人工神经网络在浮选回收率预测方面应用逐渐变多。刘青等<sup>[1]</sup>在大量现场生产数据的基础上, 分别采用多元线性回归和 BP 神经网络建模精准实现了对金矿选厂浮选回收率的预测。刘利敏等<sup>[2]</sup>利用 BP 神经网络对矿浆浓度、pH 值、充气量大小、药剂用量、泡沫层厚度与浮选回收率之间的数学关系进行了拟合, 其输出值能以高精度逼近实际样本数据。王衡嵩等<sup>[3]</sup>建立了磨矿细度、戊基黄药用量、碳酸钠用量、硫酸铜用量和硫化钠用量与浮选回收率的反向传播神经网络(BPNN)模型, 通过验证实验表明: 浮选回收率较响应曲面分析(RSM)模型有较好的改善。张勇等人<sup>[4]</sup>基于混沌蚁群算法预优化 BP 神经网络实现对作业回收率的精准预

测。冉宇等人<sup>[5]</sup>对泡沫图像进行多种方式处理来确定泡沫大小、统计泡沫大小分布规律, 采用 PDF 泡沫概率统计方法进行浮选面积的统计, 最后应用 BP 神经网络建立了回收率预测模型。目前来看, 在人工神经网络中, 尤其是 BP 神经网络实现对浮选回收率的预测更加普遍、高效。但是 BP 神经网络的初始权值、阈值和数据集本身的适配性对于网络预测有很大影响。因此, 在数据集确定的情况下进一步加强 BP 神经网络自身泛化能力是实现浮选回收率精准预测的关键。

为进一步加强浮选回收率预测模型的准确度, 本文提出对原矿品位、磨矿细度、丁胺黑药用量、石灰用量和松醇油用量等浮选条件因子进行特征选择, 引入基于 Tent 混沌映射初始种群, 应用自定义非线性收敛因子更新策略的改进灰狼算法对 BP 神经网络进行了优化设计, 以紫金山硫化铜矿浮选厂生产数据为依据, 构建了浮选回收率预测模型, 并进行了基于 BP、GWO-BP、I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率验证实验对比分析。

收稿日期: 2023-02-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(51804081); 福建省自然科学基金项目(2019J01253); 福州大学本科生科研训练计划项目(28212)

通信作者: 马英强(1983—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事矿物浮选技术与理论方面的研究工作, Email: myq90426@qq.com。

### 1 基于浮选条件因子的特征选择

矿山浮选车间工艺流程会受到多因素干扰,因此在大批量浮选工艺数据处理问题上,会出现数据集维度冗余的问题。选择关键的浮选条件因子可以在保

证不降低浮选回收率预测准确性的前提下,简化数据集,降低模型学习难度,加快收敛速度。本文在紫金山硫化铜矿浮选车间记录 5 个浮选条件因子和浮选回收率,共 760 组浮选车间数据,利用互信息法对浮选条件因子的重要性进行了量化处理,并在 Matlab2021a 软件中,将计算结果可视化,结果如图 1 所示。

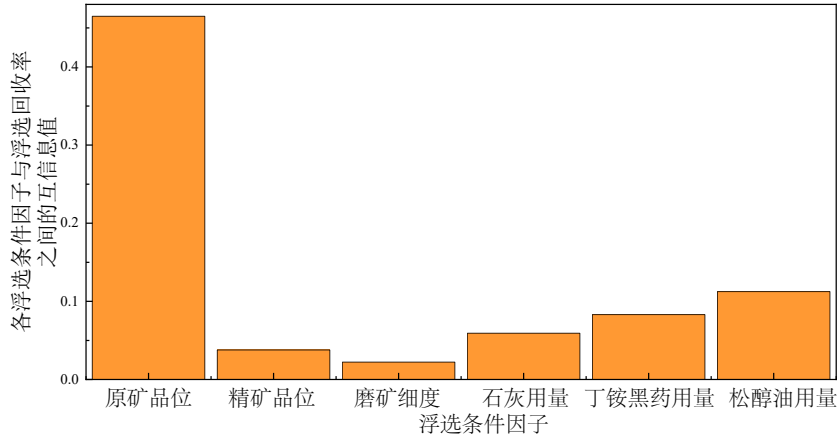


图 1 各浮选条件因子与浮选回收率之间的互信息值  
Fig. 1 The value of mutual information between each flotation condition factor and flotation recovery

由图 1 分析可得,在六个浮选条件因子中,原矿品位与浮选回收率之间的互信息值最高,磨矿细度、精矿品位与浮选回收率之间的互信息值最低,石灰用量、丁胺黑药用量、松醇油用量与浮选回收率之间的互信息值适中,而精矿品位、磨矿细度与浮选回收率之间的互信息值最低。据此可知,原矿品位、石灰用量、丁胺黑药用量和松醇油用量四个浮选条件因子对浮选回收率的影响较大,因此选择这四个浮选条件因子作为浮选回收率预测模型的输入变量。

不断地学习、训练,最终可建成较为可靠的浮选回收率预测模型。根据前述对于浮选条件因子的特征选择结果可知,在神经网络建模过程中,需要将原矿品位、石灰用量、丁胺黑药用量和松醇油用量这四个对浮选回收率影响较大的变量作为四个神经网络输入层的神经元,网络输出是浮选回收率,将浮选回收率这个因变量作为网络输出层的单一神经元。

### 2 BP 神经网络模型

#### 2.1.2 隐层神经元的设计

浮选工业车间的数据体量大、偏差多,要实现各浮选条件因子与浮选回收率之间的数学建模,BP 神经网络的非线性映射能力和多特征融合能力具备一定的优势,且对样本中的异常值敏感度不高,相比于支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 等其他机器学习方法更具有适用性。

隐层神经元数量的确定对神经网络的性能影响很大,若隐层结点数过少,网络的学习能力达不到要求;若过多,会增加网络结构的复杂性,且更易陷入局部最优值。根据隐层神经元确定经验公式<sup>[9]</sup>(1):

$$Z = \sqrt{X+Y} + a \tag{1}$$

式中:Z、X、Y 分别表示输入、输出神经元数目,a 表示 1~10 的整数。

#### 2.1 基于 BP 神经网络的浮选回收率预测模型

由上节可知,x 为 4,y 为 1,从上述推断隐层神经元数目位于 (3,12)。将此经验公式与 MATLAB 仿真结果结合起来,依次设置隐层神经元为 3~12 的整数,进行多次网络训练,记录每次训练网络所得到的均方误差,其结果如表 1 所示。

##### 2.1.1 输入、输出层的设计

由表 1 可知,当隐含层神经元个数为 10 时,均方误差 MSE 为 0.029 027,网络的训练效果最佳,据此建立的 BP 神经网络结构如图 2 所示。

随着紫金山硫化铜矿浮选厂的日常运转,浮选车间生产过程中积累了庞大的工业生产数据集,这为建立浮选回收率预测模型提供了基础数据。为了构建与训练模型,本文选取了包含原矿品位、磨矿细度、石灰用量、丁胺黑药用量、松醇油用量和浮选回收率等浮选工艺参数在内的部分数据集,其中 600 组用于网络训练,50 组用于网络泛化能力验证,通过对网络

#### 2.2 基于 GW0-BP 神经网络的浮选回收率预测模型

在基于 BP 神经网络的浮选回收率模型预测中,

表 1 不同隐含层节点数对应的网络均方误差  
Table 1 Network mean squared error corresponding to the number of nodes in different hidden layers

隐含层节点数	相应的均方误差
3	0.037 566
4	0.035 899
5	0.036 765
6	0.031 699
7	0.029 845
8	0.031 25
9	0.035 295
10	0.029 027
11	0.031 674
12	0.029 306

网络的初始值是随机的, 因此在网络训练过程中, 可能会得到局部最优的浮选回收率值。为了最大程度地使浮选回收率预测值逼近真实值, 本文提出应用灰狼算法来优化基于 BP 神经网络的浮选回收率预测

模型。

灰狼优化算法是由 Mirjalili 等<sup>[6]</sup>在 2014 年提出的。根据该算法, 本文设计将每个灰狼个体的位置信息比作基于 BP 神经网络的浮选回收率模型的初始权值、阈值, 每迭代一次, 将原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量输入模型完成浮选回收率的预测, 并将得到网络误差值标记为灰狼个体的适应度值。按照该适应度值的排名划分  $\alpha$  狼、 $\beta$  狼、 $\delta$  狼, 剩下的灰狼个体为  $\omega$  狼, 此时的  $\alpha$  狼、 $\beta$  狼、 $\delta$  狼、 $\omega$  狼的位置信息即为若干基于 BP 神经网络的浮选回收率模型的初始权值、阈值, 此后  $\omega$  狼根据  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\delta$  狼的指示不断更新位置信息, 完成抓捕、追踪、围猎和攻击猎物的过程, 这也是获得基于 BP 神经网络的浮选回收率模型最优初始权值、阈值的过程, 并将算法终止后的  $\alpha$  狼的位置信息作为基于 GWO-BP 神经网络浮选回收率预测模型的初始权值、阈值, 将四个浮选条件因子输入进行训练。利用灰狼算法寻优基于 BP 神经网络的浮选回收率模型初始权值、阈值过程如下:

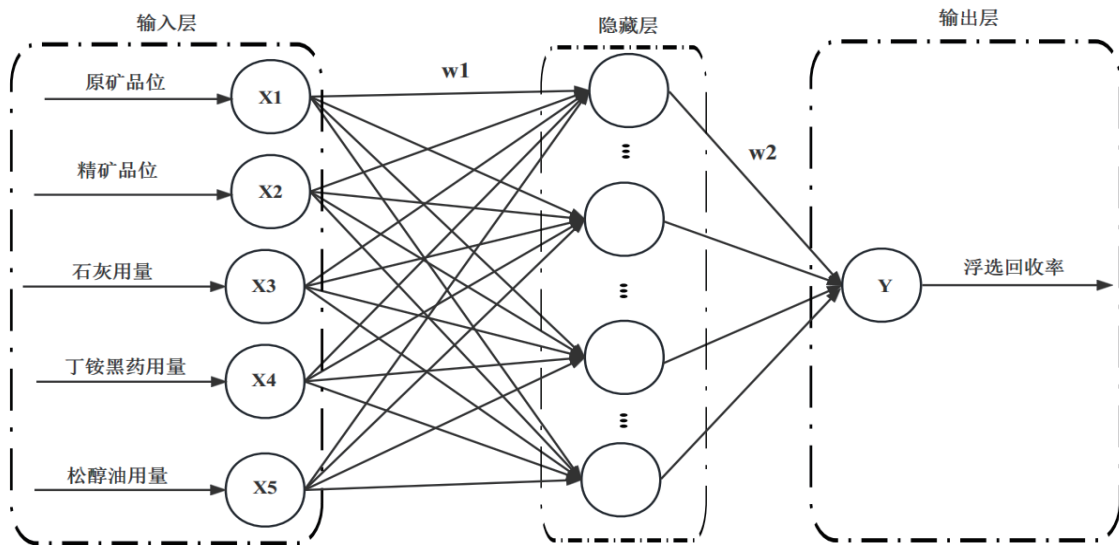


图 2 BP 神经网络结构  
Fig. 2 Structure diagram of BP neural network

假设灰狼种群大小为  $N$ , 捕猎范围为  $d$  维, 其中第  $i$  只灰狼的位置信息可表示为:  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, \dots, X_{id})$ , 整个狩猎过程如下所示:

包围猎物数学模型为:

$$D = |C \times X_p(t) - X(t)| \quad (2)$$

$$X(t+1) = X_p(t) - A \times D \quad (3)$$

式中:  $X_p(t)$  为第  $t$  物的位置;  $X(t)$  为第  $t$  代灰狼个体的位置;  $C$  为摆动因子。

$$C = 2r_1 \quad (4)$$

式中:  $r_1$  为  $[0, 1]$  之间的随机数;  $A$  为收敛因子。

$$A = 2a r_2 - a \quad (5)$$

$$a = 2 \left( 1 - \frac{t}{T_{\max}} \right) \quad (6)$$

式中:  $T_{\max}$  为最大迭代数目;  $r_2$  为  $[0, 1]$  之间的随机数;  $a$  为控制参数, 其值随着迭代次数的增加而线性减小,  $a_{\max} = 2, a_{\min} = 0$ 。

狩猎过程数学模型为:

$$D_\alpha = |C_1 \times X_{\alpha(t)} - X(t)| \quad (7)$$

$$D_\beta = |C_2 \times X_{\beta(t)} - X(t)| \quad (8)$$

$$D_\delta = |C_3 \times X_{\delta(t)} - X(t)| \quad (9)$$

由式 (7) ~ (9) 可计算出其余  $\omega$  灰狼个体与灰狼  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$  的距离。

$$X_{1(t)} = X_{\alpha}(t) - A_1 \times D_{\alpha} \quad (10)$$

$$X_{2(t)} = X_{\beta(t)} - A_2 \times D_{\beta} \quad (11)$$

$$X_{3(t)} = X_{\delta}(t) - A_3 \times D_{\delta} \quad (12)$$

由式 (10) ~ (12) 计算出其余  $\omega$  灰狼位置更新的方向。

$$X(t+1) = \frac{X_1(t) + X_2(t) + X_3(t)}{3} \quad (13)$$

由式 (13) 更新灰狼个体的位置。

当灰狼算法寻优基于 BP 神经网络的浮选回收率模型初始权值、阈值的过程结束, 将此时  $\alpha$  狼的位置信息作为基于 GWO-BP 神经网络浮选回收率预测模型的最优初始权值、阈值, 并将原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量四个浮选条件因子输入网络, 进行模型训练, 进一步提升浮选回收率预测精度, 使浮选回收率预测值更逼近真实值, 也为实现浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术的开发提供支持。

### 2.3 基于 I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率预测模型

在基于 GWO-BP 神经网络的浮选回收率模型预测中, 最佳网络初始权值、阈值对于寻找全局最优的浮选回收率值至关重要, 但是传统灰狼算法存在后期全局搜索能力较差、易陷入局部最优以及初始种群多样性不足等问题。因此针对这些局限性, 本文提出基于 Tent 混沌映射初始化种群和非线性收敛因子的两种更新策略来帮助寻找最佳网络初始值, 最大程度地使浮选回收率预测值逼近真实值。

#### 2.3.1 基于 Tent 混沌映射初始化种群更新策略

文献中多采用 Logistic 映射<sup>[7-8]</sup>产生混沌序列, 但是 Logistic 映射产生的混沌序列均匀性较差, 且多在 (0, 0.1) 和 (0.9, 1) 两个区间取值, 因此计划使用运算速度更快、均匀性更好的 Tent 混沌映射<sup>[9-10]</sup>, 取迭代次数为 100, 具体在 Matlab 2021a 中仿真实现如图 3 所示。

$$T(t+1) = \begin{cases} T(t)/a, & 0 \leq T(t) < a \\ [1-T(t)]/a, & a \leq T(t) < 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $t$  为映射次数;  $T(t)$  第  $t$  次映射的函数值;  $a$  这里取 0.399。

从图 3 可得, Tent 混沌映射可以产生更大更多样的灰狼种群, 灰狼个体位置信息更加丰富, 在基于 I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率模型预测中, 将原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量作为输入变量, 在每一次迭代更新中不断训练, 可以获得更多的适应度值, 进一步加大寻找全局最优网络初始值的可能, 可为浮选回收率提供更准确的预测。

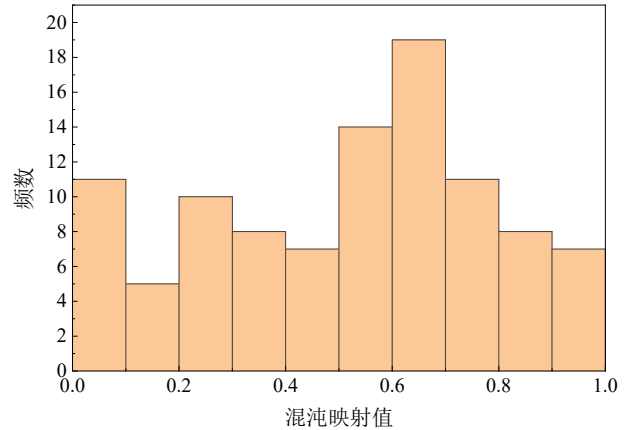


图 3 Tent 混沌映射序列  
Fig. 3 Sequence of Tent chaotic map

#### 2.3.2 非线性收敛因子更新策略

在传统灰狼算法寻优基于 BP 神经网络的浮选回收率模型初始权值、阈值的迭代过程中, 当  $|A| > 1$  时狼群进行全局搜索,  $|A| < 1$  时进行局部搜索, 因为  $A$  始终在  $(-a, a)$  之间变化, 在式 (7) 中的参数  $a$  呈线性递减, 导致算法后期容易出现全局搜索能力较差、结果易早熟、陷入局部最优等问题<sup>[11]</sup>。为了实现在后期最优解邻域精确搜索, 需保证参数  $a$  的变化呈现先平缓后急促的幅度, 提出如式 (15) 的非线性收敛因子更新策略, 其函数图像基于 Matlab 的实现如图 4 所示。

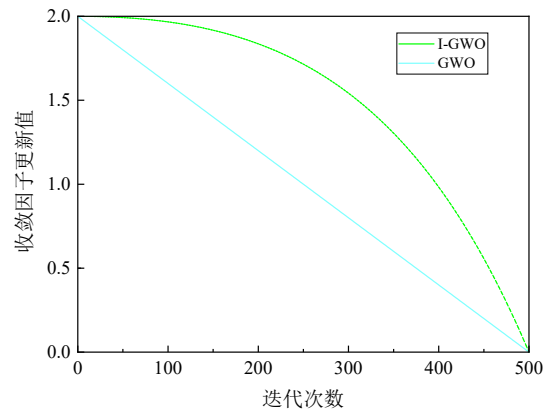


图 4 收敛因子变化趋势  
Fig. 4 Change trend of convergence factor

$$a = a_{(ori)} - a_{(ori)} \times \left[ \frac{1}{(e-1)^2} \times (e^{\frac{t}{T_{max}}} - 1)^2 \right] \quad (15)$$

其中:  $a_{(ori)}$  为收敛因子的初始值,  $t$  为当前迭代次数,  $T_{max}$  为最大迭代次数。

从图 4 可得, 改进后的非线性收敛因子曲线呈现先平缓后急促的趋势, 便于后期算法陷入局部最优时跳出, 提高寻找全局最优值的能力。在后期急促阶段, 通过小幅改变灰狼个体位置信息, 可在基于 I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率模型预测中, 将原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量作为输入变量, 可以获得变幅较小的网络初始权值、阈值并进行训练,



实现后期最优解邻域的精确搜索。

结合上述两种改进策略组成的 I-GWO 算法, 可以优化基于 BP 神经网络的浮选回收率预测模型, 该模型预测流程如图 5 所示。

### 3 数据预处理

#### 3.1 数据去噪处理

紫金山铜矿浮选车间工艺流程受到多因素的影响, 会导致大批量浮选数据存在异常值, 这对于网络的训练会产生很大干扰。因此, 本文引入了 Hampel 滤波器对数据进行去噪处理, 可以实现异常值的检测和删除, 且不会过度平滑数据, 保证原始数据的真实性。由前述图 1 分析可知, 浮选回收率预测模型的输入变量为原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量。因此, 将各浮选条件因子数据去噪处理, 对去噪前后的部分数据进行对比分析, 结果如图 6 所示。

由图 6 分析可得, 将去噪前后的原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量的样本点特征值进行对比分析发现, 去噪前的各浮选条件因子的样本点特征值离散化程度较高, 而去噪后的各浮选条件因子的样本点特征值线性化程度更高, 且离群值、异常值明显减少, 特征值之间的量纲差异减小, 这有利于后续对浮选回收率模型的训练, 加快网络收敛, 提高对浮选回收率预测的准确性。

#### 3.2 数据归一化处理

当浮选工艺参数特征值的范围差异较大时, 若浮选回收率预测模型发生网络梯度更新时会处于来回震荡的状态, 很大程度上影响着浮选回收率预测模型的训练效率、预测精度等, 基于此要对浮选各工艺参数数据集进行归一化处理, 消除各浮选工艺参数间的量纲差异, 帮助浮选回收率预测模型实现快速收敛。用公式(16)可以实现对数据集的线性变换, 使各浮选工艺参数的特征值映射到 [0, 1] 之间。

$$x_{\mu} = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (16)$$

式中:  $x_{\mu}$  指的是归一化后的各浮选工艺参数的特征值,  $x$  指的是各浮选工艺参数的特征初始值,  $x_{\min}$  指的是各浮选工艺参数的最小特征初始值,  $x_{\max}$  指的是各浮选工艺参数的最大特征初始值, 实现归一化后的各浮选工艺参数数据如图 7 所示。

由图 7 可知, 归一化处理后的原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量、松醇油用量和浮选回收率等浮选工艺参数的特征值范围都稳定在 [0, 1] 区间内, 这样可以使浮选样本数据集中的奇异样本减少, 并且可以有效改善网络训练效果、加快网络收敛速度, 更大程度地使得浮选回收率网络预测值逼近于真实值。

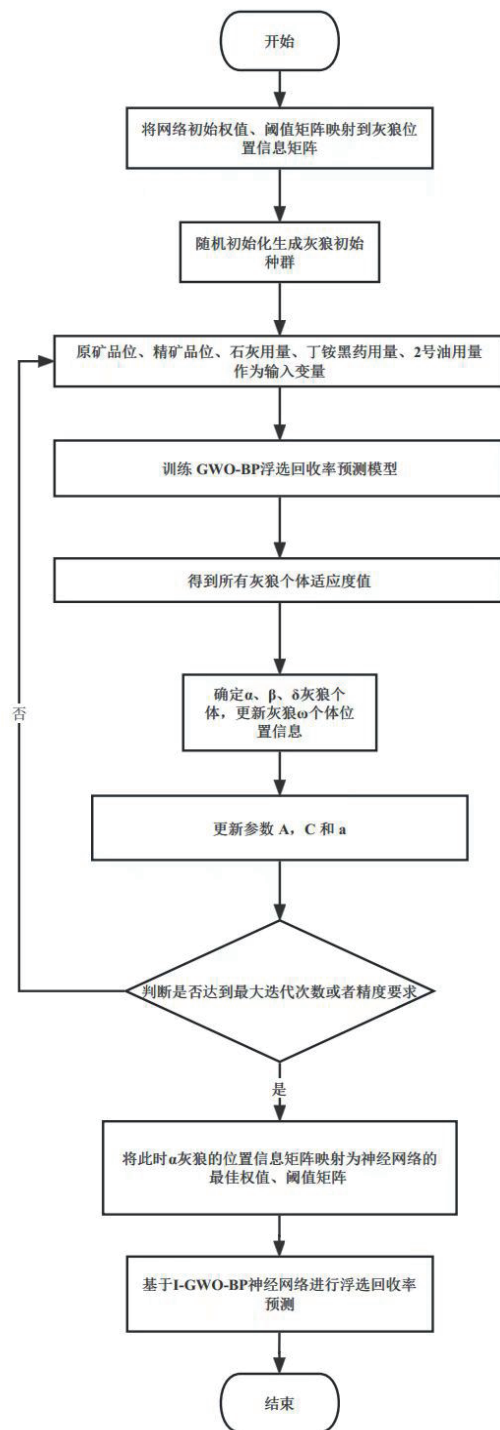
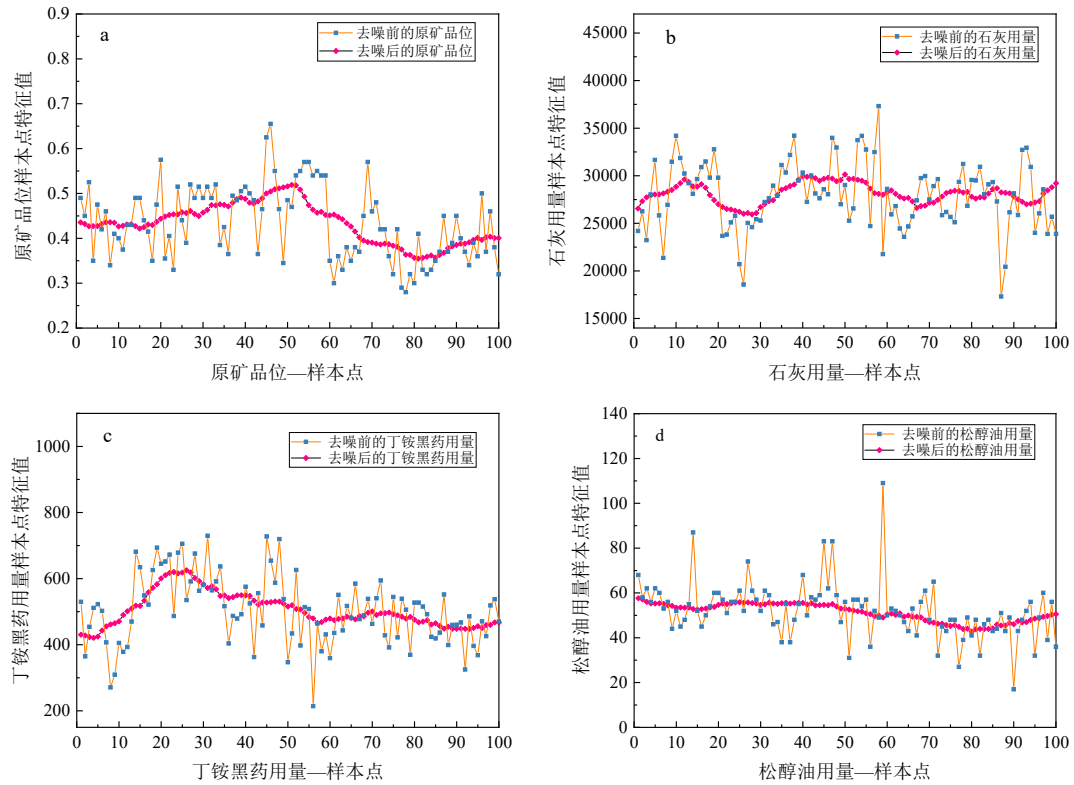


图 5 基于 I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率预测模型流程  
Fig. 5 Flowchart of flotation recovery prediction model based on I-GWO-BP neural network

### 4 网络模型的训练与验证实验

为了对浮选回收率预测模型进行训练与测试, 本文预先采集了 2022 年 1~9 月的紫金山硫化铜矿浮选厂的 760 组生产数据, 经特征参数选择和数据预处理之后, 保留了 650 组包含原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量、松醇油用量和浮选回收率等浮选工艺参数的



(a—去噪前后的原矿品位样本点特征值对比; b—去噪前后的石灰用量样本点特征值对比; c—去噪前后的丁铵黑药用量样本点特征值对比; d—去噪前后的松醇油用量样本点特征值对比)

图 6 去噪处理前后的各浮选条件因子样本点特征值对比

Fig. 6 Comparison of characteristic values of each flotation condition factor sample point before and after de-noising

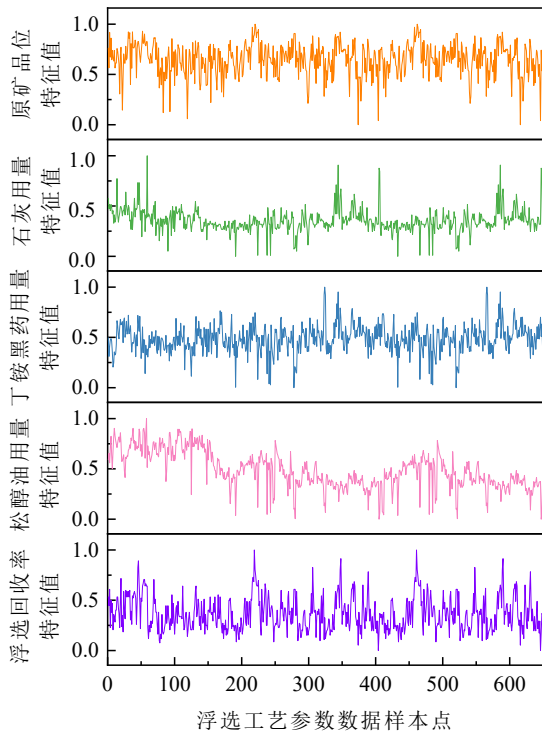


图 7 归一化后的各浮选工艺参数数据

Fig. 7 Data of each flotation process parameter after normalization

归一化数据, 随机选取其中 600 组数据集作为训练集, 50 组数据集作为验证实验测试集。

### 4.1 网络模型的训练

本文对前述三种浮选回收率神经网络预测模型进行训练。在训练基于 BP 的浮选回收率预测模型之前, 网络按照如表 2 所示设置基本参数, 初次迭代时, 随机生成网络权值、节点阈值, 在样本点输出端形成输出值与期望值之间的误差信号, 其沿着反向原路传播, 并按照学习函数对网络权值和节点阈值进行更新, 不断地重复此过程, 直到满足最大迭代次数或者学习精度后, 停止训练, 得到最终的神经网络权值、节点阈值, 此时基于 BP 的浮选回收率预测模型进入验证实验环节。基于 GW0-BP 的浮选回收率预测模型和基于 I-GW0-BP 的浮选回收率预测模型通过灰狼算法得到若干初始神经网络权值、节点阈值矩阵后, 进行上述神经网络训练, 在经过若干次迭代后得到最佳初始神经网络权值、节点阈值后进行神经网络训练, 最后进入验证实验环节。

表 2 BP 神经网络的基本参数表

Table 2 Basic parameters of BP neural network

网络参数名	参数值	网络参数名	参数值
输入层节点	4	输出层激活函数	Purelin 函数
输出层节点	1	最大迭代次数	1 000
隐含层节点	10	学习率	0.1
学习函数	LM 算法	学习精度	0.000 1
隐含层激活函数	Logsig 函数		

### 4.2 验证试验

在完成网络训练后, 为了验证三种网络模型的泛化能力, 依次基于 BP、GWO-BP、IGWO-BP 神经网络进行浮选回收率预测验证实验, 其结果如图 8 所示。

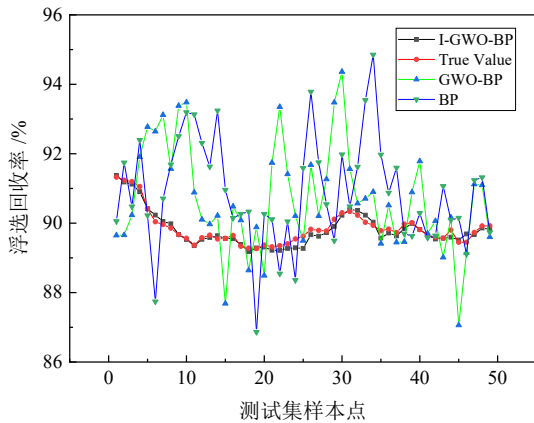


图 8 三种神经网络模型的浮选回收率预测结果与真实值的对比

Fig. 8 Comparison between the predicted flotation recovery results of three neural networks and the actual values

由图 8 可知, 在 50 组测试样本验证实验中, 基于 BP、GWO-BP 的浮选回收率预测模型的预测值在一定程度上接近真实值, 但是存在一定的偏差; 而基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型的预测值很大程度上逼近于真实值, 且存在的偏差非常小。因此在实现浮选回收率的精准预测上, 基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型较于前二者更具有优越性, 且可为实现浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术的发展提供支持。

为了更好地比较三种网络模型对于浮选回收率的预测能力, 本文利用相关系数  $R$ 、均方误差根  $RMSE$ 、平均绝对误差  $MAE$ 、平均绝对百分比误差  $MAPE$  对各模型泛化能力进行了评价, 评价公式见式 (17)~式 (19), 验证实验评价结果如表 3 所示。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t'_i - t_i)^2} \quad (17)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (t'_i - \bar{t}'_i)(t_i - \bar{t}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t'_i - \bar{t}'_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}_i)^2}} \quad (18)$$

表 3 不同网络模型对应的验证实验评价结果

Table 3 Evaluation results of validation experiments corresponding to different network models

网络名称	$R$ 值	$RMSE$ 值	$MAE$ 值	$MAPE$ 值
BP	0.73	1.841 5	1.018 7	1.427 4%
GWO-BP	0.75	1.821 9	1.216 1	1.224 3%
IGWO-BP	0.94	0.221 0	0.185 6	0.206 7%

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |t'_i - t_i|}{n} \quad (19)$$

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\bar{t}_i - t_i}{\bar{t}_i} \right| \quad (20)$$

式中:  $t_i$  为浮选回收率预测值,  $t'_i$  为浮选回收率的实测值,  $\bar{t}_i$  为浮选回收率预测值的平均值,  $\bar{t}'_i$  为浮选回收率实测值的平均值。

由表 3 可知, 基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型的  $R$  值为 0.94, 充分表明该模型的拟合泛化能力较强; 其  $RMSE$  为 0.221 0, 明显低于基于 BP 和 GWO-BP 的浮选回收率预测模型的  $RMSE$  值, 充分表明该模型的预测精度较高; 其  $MAE$  值和  $MAPE$  值分别为 0.185 6 和 0.206 7%, 也是明显低于基于 BP 和 GWO-BP 的浮选回收率预测模型的  $MAE$  值和  $MAPE$  值, 充分表明了该模型具有更高的可信性。

综上所述, 基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型能够更好地拟合各浮选条件因子与浮选回收率的模型关系, 这主要是引入的改进 GWO 算法, 帮助寻找了 BP 神经网络的最佳权值、阈值, 进一步克服了容易陷入局部最优的问题, 更有能力去寻找全局最优浮选回收率值, 提高网络收敛速度, 可为实现浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术的发展提供支持。

### 5 结论

(1) 利用 MI 互信息分析法可以对紫金山硫化铜矿浮选条件进行特征选择, 最终确定了原矿品位、石灰用量、丁铵黑药用量和松醇油用量为浮选回收率预测模型的输入变量。

(2) 相较于基于 BP、GWO-BP 的浮选回收率预测模型而言, 基于 I-GWO-BP 的浮选回收率预测模型具有更大的相关系数 (为 0.94) 和更小的均方误差根 (为 0.221 0), 这说明其模型泛化拟合能力更强, 对浮选回收率的预测值在更大程度上逼近于真实值, 浮选回收率预测精度更高, 进一步证实了基于 I-GWO-BP 神经网络的浮选回收率预测模型的优越性, 可为实现对浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术的发展提供支持。具有更高浮选回收率预测的准确性, 并可为实现紫金山硫化铜矿浮选回收率高效、准确、自动的在线预测技术提供支持。

(3) 浮选是复杂且受多因素影响的工业控制过程, 本文只是选取一部分的常见特征, 因此该模型的良好预测精度还可能有一定的局限性, 如何选择更多、更有效的特征参数, 并将其融合成更强大、更精准的网络模型将是后续的研究重点。

### 参考文献:

[1] 刘青, 王彬, 袁玮, 等. 金矿浮选回收率预测模型[J]. 北京科技大学学报, 2014, 36(11): 1456-1461.

- LIU Q, WANG B, YUAN W, et al. Prediction model of flotation recovery from gold mine[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2014, 36(11): 1456-1461.
- [2] 刘利敏, 杨文旺, 刘之能, 等. 基于BP神经网络的浮选回收率预测模型[J]. 有色金属(选矿部分), 2013(S1): 206-208.
- LIU L M, YANG W W, LIU Z N, et al. Flotation recovery prediction model based on BP neural network[J]. Nonferrous Metals (Mineral Processing Section), 2013(S1): 206-208.
- [3] 王衡嵩, 魏志聪, 彭蓉, 等. 基于RSM和RA-BPNN的锌窑渣中铜浮选试验优化[J]. 人工晶体学报, 2019, 48(8): 1557-1564.
- WANG H S, WEI Z C, PENG R, et al. Optimization of copper flotation test in zinc kiln slag based on RSM and RA-BPNN[J]. Journal of Synthetic Crystals, 2019, 48(8): 1557-1564.
- [4] 张勇, 朱晶. 基于混沌蚁群神经网络的浮选过程经济技术指标预测[J]. 上海交通大学学报, 2016, 50(6): 975-979.
- ZHANG Y, ZHU J. Prediction of economic and technical indicators of flotation process based on chaotic ant colony neural network[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2016, 50(6): 975-979.
- [5] 冉宇, 李梅, 高凯, 等. 稀土矿浮选泡沫大小与回收率的相关性[J]. 化工矿物与加工, 2019, 48(11): 24-28.
- RAN Y, LI M, GAO K, et al. Correlation between flotation foam size and recovery rate of rare earth ore[J]. Chemical Minerals and Processing, 2019, 48(11): 24-28.
- [6] MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46-61.
- [7] 吴丁杰, 周庆兴, 温立书. 基于Logistic混沌映射的改进麻雀算法[J]. 高师理科学刊, 2021, 41(6): 10-15.
- WU D J, ZHOU Q X, WEN L S. Improved sparrow algorithm based on logistic chaos mapping[J]. Journal of Science of Teachers' College and University, 2021, 41(6): 10-15.
- [8] 刘公致, 吴琼, 王光义, 等. 改进型Logistic混沌映射及其在图像加密与隐藏中的应用[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(10): 3602-3609.
- LIU G Z, WU Q, WANG G Y, et al. Improved Logistic chaos mapping and its application in image encryption and concealment[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(10): 3602-3609.
- [9] 马晓宁, 李笑含. 基于Tent混沌映射的可复制的鲸鱼算法[J]. 计算机仿真, 2022, 39(8): 363-368.
- MA X N, LI X H. Reproducible whale algorithm based on Tent chaos mapping[J]. Computer Simulation, 2022, 39(8): 363-368.
- [10] 刘园园, 贺兴时. 基于Tent混沌映射的改进的萤火虫算法[J]. 纺织高校基础科学学报, 2018, 31(4): 511-518.
- LIU Y Y, HE X S. Improved firefly algorithm based on Tent chaos mapping[J]. Journal of Basic Science of Textile Universities, 2018, 31(4): 511-518.
- [11] 马良玉, 於世磊, 王佳聪, 等. 基于XGBoost建模及改进灰狼优化算法的再热汽温预测优化控制[J]. 热能动力工程, 2023, 38(1): 104-111.
- MA L Y, YU S L, WANG J C, et al. Optimization control of reheat steam temperature prediction based on XGBoost modeling and improved gray wolf optimization algorithm[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2023, 38(1): 104-111.



## Flotation Recovery Prediction of Zijinshan Copper Ore Based on I-GWO-BP Neural Network

XIA Yongtao<sup>1</sup>, MA Yingqiang<sup>1,2</sup>, YIN Wanzhong<sup>1</sup>, ZHONG Shuiping<sup>1,2</sup>, LU Jun<sup>3</sup>, ZHANG Dewen<sup>3</sup>, ZHAN Yinquan<sup>1</sup>

1. Zijin School of Geology and Mining, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. FujianKey Laboratory of Green Extraction and High-value Utilization of New Energy Metals, Fuzhou 350108, China;

3. Zijin Mining Group Co., LTD., Shanghang 364200, China

**Abstract:** The traditional method of measuring flotation recovery has some problems, such as low efficiency and hysteresis. Combined with the flotation plant production of Zijinshan sulfide copper ore, characteristics selection of flotation condition factors such as raw ore grade and dosage of ammonium dibutyl dithiophosphate was carried out based on MI (Mutual Information) method. On this basis, three prediction models of flotation recovery were established based on BP (Back Propagation) GWO-BP (Grey Wolf Optimizer-Back Propagation) and I-GWO-BP (Improved-Grey Wolf Optimizer-Back Propagation). The flotation workshop production data of Zijinshan sulfide copper ore were selected for neural network training and verification test, and the accuracy of the flotation recovery prediction model was analyzed. The results showed that compared with BP and GGO-BP, the flotation recovery prediction model based on I-GWO-BP had a root mean squared error and a correlation coefficient and the predicted value of flotation recovery was the closest to the true value, and the generalization ability of the network was significantly stronger. The results of this study can support the development of efficient, accurate and automatic online prediction techniques for flotation recovery.

**Keywords:** flotation recovery; mutual information method; BP neural network; improved gray wolf algorithm

引用格式: 夏永涛, 马英强, 印万忠, 衷水平, 鲁军, 张德文, 詹殷权. 基于 I-GWO-BP 神经网络的紫金山铜矿浮选回收率预测研究[J]. 矿产保护与利用, 2023, 43(3): 51-59.

XIA Yongtao, MA Yingqiang, YIN Wanzhong, ZHONG Shuiping, LU Jun, ZHANG Dewen, ZHAN Yinquan. Flotation recovery prediction of Zijinshan copper ore based on I-GWO-BP neural network[J]. Conservation and Utilization of Mineral Resources, 2023, 43(3): 51-59.

投稿网址: <http://kcbhy.xml-journal.net>

E-mail: [kcbh@chinajournal.net.cn](mailto:kcbh@chinajournal.net.cn)

### 通信作者简介:

马英强(1983—), 男, 博士(后), 河北阜城人, 福州大学副教授、硕士生导师。主要从事矿物浮选理论、难选矿分离技术与理论等方面的研究工作。主持国家自然科学基金项目 1 项, 福建省自然科学基金 2 项, 矿物加工科学与技术国家重点实验室开放基金 2 项, 云南省科技厅重大科技项目子课题 1 项, 参与国家自然科学基金项目 2 项。参与出版专著 3 部, 发表学术论文 60 余篇, 获批国家发明专利 5 项, 非金属矿科学技术奖二等奖 1 项。兼任《金属矿山》《黄金科学技术》等期刊青年编委, 获得 2022 年《金属矿山》杂志“优秀青年学术专家”等荣誉称号。

