

不规则铜钼矿颗粒断裂强度分布实验研究

周强^{1,2,3}, 汪轶凡¹, 肖庆飞¹, 刘向阳¹, 邵云丰¹, 黄守向¹, 王庆凯^{2,3}, 邹海¹

- 昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093;
- 矿冶过程自动控制技术国家重点实验室, 北京 102628;
- 矿冶过程自动控制技术北京重点实验室, 北京 102628

中图分类号: TD921¹.2; TD453 文献标识码: A 文章编号: 1001-0076(2023)04-0033-10
DOI: 10.13779/j.cnki.issn1001-0076.2023.04.004

摘要 不规则矿石颗粒的断裂是矿物加工过程中常见的现象,其强度分布决定了矿石破碎特性。为了定量分析不规则颗粒的强度分布,通过对 5 种不同粒级的铜钼矿颗粒进行准静态单轴压缩实验,确定破碎过程中的最大破碎力和断裂能。选取 3 种常见的统计学模型分别对不同定义下的(最大破碎力、断裂应力、断裂能和断裂比能)颗粒强度进行拟合,并研究了其与颗粒尺寸和材料特性之间的定量关系。试验结果表明: Weibull 模型较 Lognormal 和 Lmognitic 两种模型更适合描述铜钼矿颗粒的强度分布,其模型中强度分布的离散程度 D 只与材料特性有关,与颗粒尺寸呈弱函数关系; $F_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 与颗粒尺寸呈正比关系,而 $\sigma_{63.20}$ 和 $E_{m63.20}$ 随着颗粒尺寸的增大呈幂函数规律减小;不同定义下的颗粒强度之间(最大破碎力-断裂能和断裂应力-断裂比能)的关系都只与材料特性有关,而与颗粒尺寸无关,在双对数坐标系下斜率分别为 1.49 与 0.67。

关键词 不规则颗粒; 颗粒强度分布; 选择函数; Weibull 模型

引言

不规则矿石颗粒的断裂是碎矿与磨矿过程中的常见现象,具有重要的理论与工业应用价值。随着时代快速发展,碎磨设备趋于大型化和复杂化,但破碎过程中的能量利用效率依然很低。许多学者对单颗粒破碎、颗粒床破碎、冲击破碎和球磨 4 种破碎方式的能量利用效率进行研究^[1],实验结果表明:以单晶断裂的比表面能作为基准来评估不同破碎方式的能量利用效率,其中不规则单颗粒破碎 1.0%,颗粒床破碎 0.7%,冲击破碎 0.5%,球磨 0.15%。此外,影响颗粒破碎性的因素有很多,主要取决于颗粒的物理性质:粒径、级配、形状、孔隙比、断裂强度等,导致颗粒的破碎过程是复杂难测的,目前还未有数学模型能描述所有破碎过程。因此如何提高破碎过程的能量利用效率与构建统一的破碎数学模型是目前亟待解决的问题^[1-3]。

构建描述矿石断裂过程的破碎数学模型需要确定断裂概率和断裂函数^[3]。近年来,国内外学者对断

裂概率与断裂函数开展了大量的实验研究,取得了重要的研究成果^[4-7]:根据实验设备的不同,可以选择对应的实验工况来确定断裂概率和断裂函数。例如,对于颧式破碎机、圆锥破碎机和高压辊磨机准静态加载设备,可以通过压力实验机来确定颗粒的断裂概率与断裂函数^[8];对于冲击式破碎机、球磨机等加载速率高的设备,可以通过落重冲击实验、双摆锤实验或 UFLC 实验系统来确定断裂概率与断裂函数。大量实验结果表明:即使矿石颗粒尺寸一致、性质相同,其断裂强度与破碎产品粒度分布也会呈现出显著的离散性,主要原因是颗粒内部的原生缺陷在大小、分布、成核、拓展和汇聚上存在很大的随机性^[9-12]。

颗粒强度的定义方法有很多种,最直观的方式是以最大破碎力来定义颗粒强度^[13],相关数据可以直接通过实验测量得到,但通过不同的处理方式,我们也可以通过断裂应力^[10]、断裂能^[14]和断裂比能^[15]来定义强度。利用统计学方法对不规则颗粒强度进行分析时,为保证所得数值的可信度,必须有足够多的样本数据。国内学者通常选用双参数或三参数的 Weibull 分布应用于描述颗粒的强度分布以及破碎产品粒度

收稿日期: 2023-06-01

基金项目: 国家自然科学基金地区科学基金项目(51964044); 矿冶过程自动控制技术国家重点实验室开放基金项目(BGRIMM-KZSKL-2022-1); 云南省科技厅基础研究项目(202301AT070392); 云南省教育厅科学研究基金项目(2023J0125)

作者简介: 周强(1991—),男,山东枣庄人,博士,讲师,硕士生导师,主要从事碎磨理论与碎磨过程数值模拟研究, E-mail: zq1246051563@163.com。

通信作者: 肖庆飞(1980—),男,云南昆明人,博士,教授,博士生导师,主要从事碎磨理论与工艺的研究, E-mail: xiaoqf801002@163.com。

分布^[7,9-10]。因此分析不规则颗粒的断裂强度时,可以利用该统计函数。除此之外,本文还采用了其他统计函数去拟合颗粒的强度分布,如Logistic分布^[11]、Lognormal分布^[12]等,通过比较选择最优的统计函数来描述不规则铜钼矿的强度分布。

选用最优的统计函数对不规则颗粒的强度分布进行拟合,并对选择函数中的参数进行分析,建立了不规则铜钼矿的选择函数与颗粒尺寸关系的定量关系式。

对于颗粒强度的定义有很多种,但很少有学者深入研究对它们之间的关系,因此本文还对不同的强度定义进行对比,分析并建立了它们之间的函数关系式。通过研究分析不规则颗粒断裂概率与颗粒尺寸以及不同强度定义之间的关系,确定了选择函数,为破碎模型的建立提供依据。

1 实验材料与实验方案

1.1 实验材料

实验研究对象为华泰龙不规则铜钼矿颗粒,铜钼矿在常温常压下的密度为 $2.93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,平均抗压强度为 66.32 MPa ,弹性模量平均为 $4.35 \times 10^4 \text{ MPa}$,泊松比为 0.16 ,整体呈灰白色,含铜黄色金属光泽颗粒。本次实验选用五个粒级进行强度分布的研究,分别为 $0.9 \sim 2 \text{ mm}$ 、 $2 \sim 5 \text{ mm}$ 、 $5 \sim 8 \text{ mm}$ 、 $8 \sim 10 \text{ mm}$ 、 $10 \sim 12 \text{ mm}$,每个粒级选择 $30 \sim 35$ 个不规则颗粒进行实验。

1.2 实验方案

本次实验采用YCDW-5E型电子伺服实验系统,该系统主要测量颗粒的最大破碎力以及断裂能,可提供最大轴向压力 $5\,000 \text{ N}$,实验力测量范围 $100 \sim 5\,000 \text{ N}$,实验力示值精度为 $\pm 1\%$,丝杠最大移动速度 500 mm/min ,最大压缩空间 800 mm ,实验过程中砧板压缩速度 1 mm/min 。实验装置YCDW-5E型电子伺服实验系统如图1所示,实验材料在加载前被放在上下压头之间,为减少摩擦,可在压头与试样之间滴几滴润滑油。所有实验通过位移控制,加载速度低,惯性效应可不计,固定上压头,下压头缓缓上升压缩试样。当实验材料被完全破碎,或者检测到轴向力发生急速下降现象时,装置停止加载。该实验系统的加载装置承载能力较好,因此可忽略装置自身变形的影响。电脑在加载过程中记录实验数据,后续通过软件绘出力-位移曲线,该曲线将用来整理试样的相关数据,例如最大破碎力以及对应的断裂能等。本次实验每个粒级的实验次数皆在 30 次以上,共计 150 余组实验。

1.3 颗粒强度计算方法

不同定义下固体颗粒强度可由最大破碎力、断裂

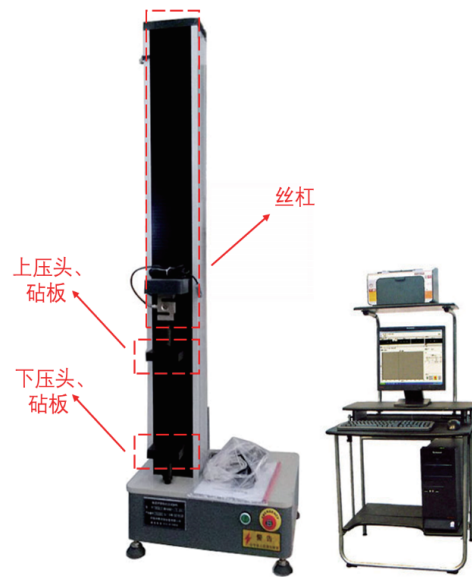


图1 试验装置
Fig. 1 Testing device

应力、断裂能、断裂比能等来表示,其计算方法如下。

1.3.1 最大破碎力

最大破碎力是指物料发生灾难性破坏时所对应的力,反映在接触力-位移曲线上,如图2所示。 F_c 为最大破碎力, δ_c 为最大破碎力对应的位移。由于不规则矿石颗粒的不规则性,导致加载点附近产生应力集中,产生局部破碎,因此需要满足以下两个条件则实验结束:(1)不规则颗粒与上下压头的接触点之间出现贯穿性裂纹;(2)需要满足图2(a)中出现的“悬崖”(即急剧下降线),以保证不规则颗粒为宏观的张拉性破坏。在实验中发现,由于矿石颗粒的不规则性,其接触力-位移曲线的类别也存在很大的差异。本文分析了 150 条不规则铜钼矿单颗粒破碎过程的接触力与位移曲线特征,通过总结归纳,可将其特征定义成两大类,如图2(a)与(b)所示。

第一类曲线:在加载初期会出现一段平坦区,此时处于重心稳定期,实验力变化不大,在这个阶段主要是对不规则颗粒位置的调整。随后进入弹性变形期,实验装置不断加大对颗粒的压缩,并在实验过程中会发现颗粒表面与压头接触部位的棱角发生断裂,为局部断裂,如图2(a)箭头1所指位置,此时处于局部棱角剥离期。随着接触力继续增大,当实验力达到 F_c 时,颗粒发生完全断裂,反映在力-位移曲线上则是载荷的突然跌落,如图2(a)箭头2所指位置,此时处于完全断裂期。箭头3所指位置反映的是加载装置对颗粒的二次破碎,试样处于二次破碎期,此时试样破碎所需的力要小于 F_c 。这种曲线是较为标准的,我们可以很容易定义其最大破碎力。

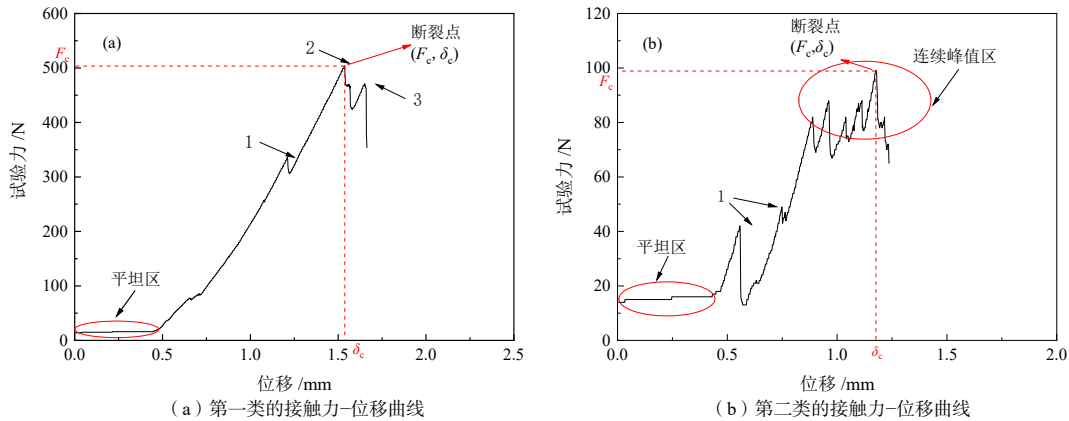


图 2 两类铜钼矿单颗粒压缩破碎接触力-位移曲线
 Fig. 2 Two kinds of force-displacement curves of single copper-molybdenum particle crushing

第二类曲线: 整个破碎实验过程会形成多个荷载峰值, 且随着轴向位移的增加, 荷载峰值会逐渐水平, 无减弱的趋势。出现此类形态的接触力-位移曲线时, 需辅助高速摄影来确定不规则颗粒的最大破碎力, 根据接触点之间出现宏观裂纹来确定。实验中发现, 初始形状扁平, 形状极不规则的颗粒会出现该类别的接触力-位移曲线。

1.3.2 断裂应力

断裂应力被广泛用来表征颗粒的强度。当试样是标准试件时, 其与外界作用力接触的面积容易测量, 进而确定断裂应力; 但在实际应用中, 尤其对于不规则颗粒, 接触面积很难准确测量, 因此, 有学者提出很多经验公式^[10], 通过经验修正系数减小误差来计算断裂应力。本文采用式(1)计算不规则颗粒断裂应力 σ_c ^[16]:

$$\sigma_c = \frac{4F_c}{\pi d_a^2} \quad (1)$$

式中: F_c 为颗粒最大破碎力, N; d_a 为颗粒的几何平均径, mm; π 取 3.141 592 6。

1.3.3 断裂能

如图 3 所示, 在接触力-位移曲线上, 颗粒的形变程度与其承受的破碎力一一对应, 而断裂点前的力-位移曲线的线下面积在数值上等同于断裂能 E_c , 可以通过式(2)得到^[14]:

$$E_c = \int_0^{\delta_c} F d\delta \quad (2)$$

式中: F 为破碎力, N; δ_c 为最大破碎力对应的位移, m。

1.3.4 断裂比能

断裂比能 E_m 为破坏单位质量或体积所需要的能量, 假定颗粒破坏前后尺寸近似为常数, 可以根据式(3)计算^[15]。

$$E_m = \frac{6E_c}{\rho\pi d_a^3} \quad (3)$$

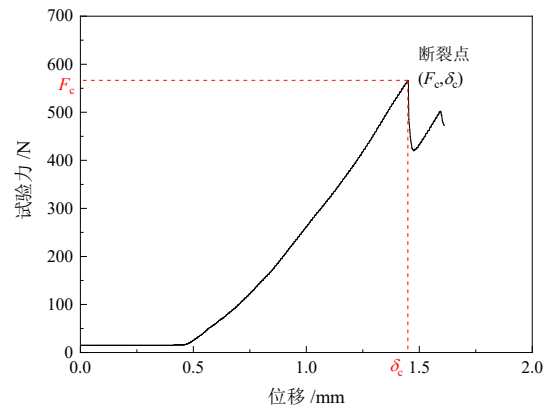


图 3 断裂能定义图
 Fig. 3 Fracture energy defines the diagram

式中: E_c 为颗粒断裂能, J; ρ 为颗粒密度, kg/m^3 ; d_a 为颗粒的几何平均径, m; π 取 3.141 592 6。

1.3.5 断裂概率计算方法

当讨论不规则颗粒的断裂强度分布时, 必须对足够数量的样本进行实验。对于有限数量的样本, 颗粒的断裂概率可以通过概率估算因子 P 进行计算^[17]。

$$P = \frac{i}{n+1} \quad (4)$$

式中: n 为实验样品的总数; i 为对所有试样的强度数据进行升序排列后某一个颗粒强度在序列中的排名。

2 结果与讨论

2.1 不同定义下颗粒的强度分布

通过公式(4)计算出的断裂概率, 对不同定义下的强度数据进行整理分析, 得到不同定义下颗粒的强度分布, 选取 5~8 mm 铜钼矿颗粒的强度分布图进行举例, 如图 4 所示。

由图 4 所示, 强度数据的分布集中中间及较低的部分, 较大的强度数据稀疏。以图 4(a)为例, 0~600 N 之间就有 33 个数据点, 而 600~800 N 之间只有 2 个

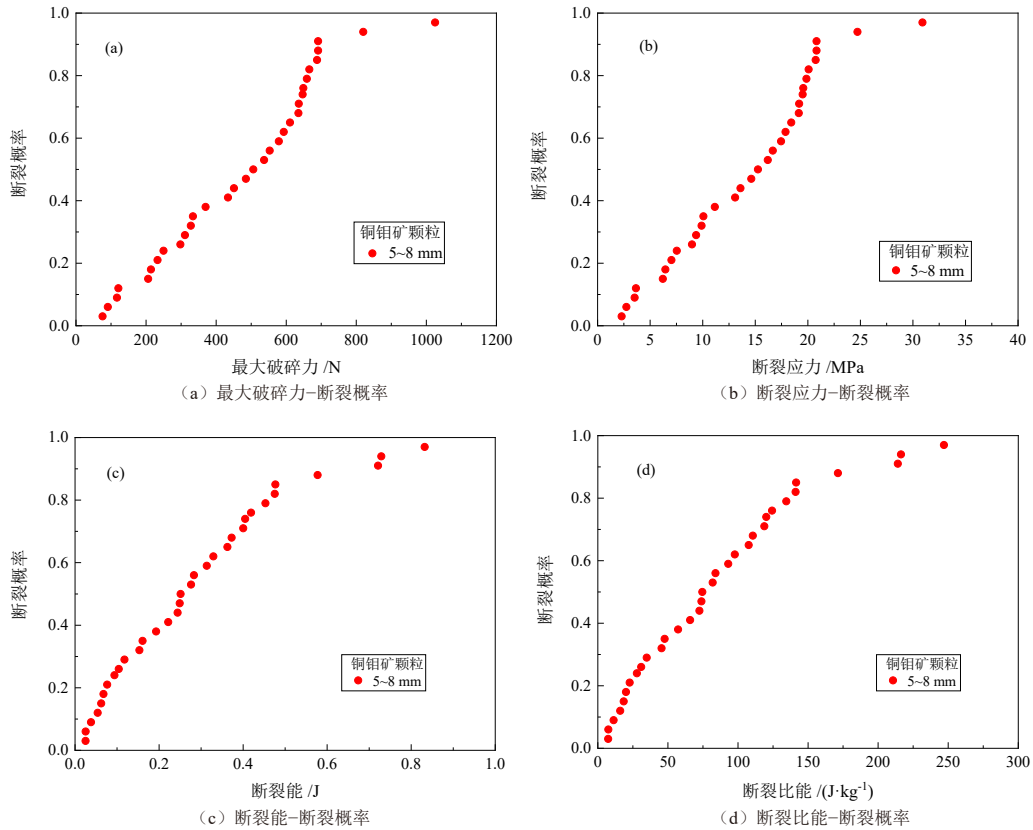


图 4 不同定义下颗粒的强度分布
Fig. 4 Strength distribution of particles under different definitions

数据点。

2.2 颗粒强度分布函数

分别选择 Logistic 模型(公式(5))、Weibull 模型(公式(6))、Lognormal 模型(公式(7))去拟合不同定义下的强度数据与断裂概率之间的函数关系,为了研究结果的准确性,先从中找出不规则颗粒的最优统计模型。

$$P = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{F_c}{a}\right)^b} \quad (5)$$

$$P = 1 - \exp\left(-\left(\frac{F_c}{a}\right)^b\right) \quad (6)$$

$$P = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(F_c) - a}{\sqrt{2}b}\right) \right] \quad (7)$$

式中: P 为颗粒的断裂概率; a, b 为模型参数。当用其他方式来定义颗粒的强度时,只需替换 F_c 即可。以最大破碎力为例,比较 3 种统计模型与实验数据的拟合精度,拟合结果如图 5 所示。

由图 5 可知,3 种统计模型均与实验数据吻合度较好,而确定最优模型最直接的方法就是通过相关系数 R^2 比较拟合精度。同样,利用统计模型对其他 3 种不同定义强度的数据进行拟合,最后得到不同统计模型下的 R^2 ,见表 1。

由表 1 可知,3 个模型均可以用来描述不规则颗

粒的强度分布, Logistic 模型和 Lognormal 模型的拟合相关系数接近, Logistic 模型的精度较 Lognormal 模型来说要略大,但两者均小于 Weibull 模型拟合的相关系数。Weibull 模型的数学形式简单,且模型中的参数有明确的物理意义,其中参数 a 为断裂概率为 63.20% 对应的强度,参数 b 为强度分布的离散程度。

再将公式(6)转化为更简单的形式,得到的函数分别以最大破碎力、断裂应力、断裂能和断裂比能表示,如公式(8)~(11):

$$F_c = F_{63.20} \left[\ln\left(\frac{1}{1 - P_F}\right) \right]^{-D_F} \quad (8)$$

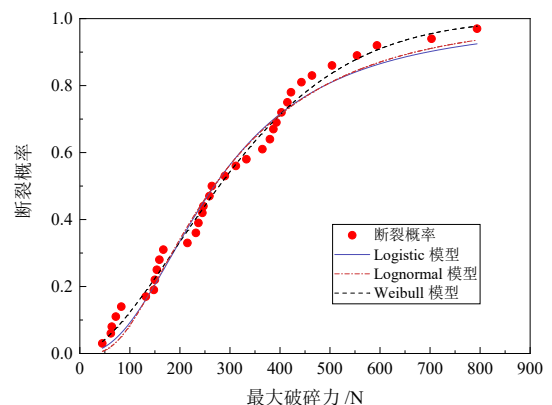


图 5 试验数据与 3 个统计模型拟合的对比
Fig. 5 Comparison of experimental data with three statistical model fits

表 1 部分试验数据拟合的相关系数
Table 1 Correlation coefficient fitted to some experimental data

类型	模型	R^2
最大破碎力	Logistic	0.984
	Lognormal	0.981
	Weibull	0.989
断裂应力	Logistic	0.984
	Lognormal	0.981
	Weibull	0.989
断裂能	Logistic	0.979
	Lognormal	0.981
	Weibull	0.990
断裂比能	Logistic	0.979
	Lognormal	0.981
	Weibull	0.990

$$\sigma_c = \sigma_{63.20} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_\sigma} \right) \right]^{-D_\sigma} \quad (9)$$

$$E_c = E_{63.20} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_E} \right) \right]^{-D_E} \quad (10)$$

$$E_m = E_{m63.20} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_{Em}} \right) \right]^{-D_{Em}} \quad (11)$$

综上所述, F_c 为最大破碎力; σ_c 为断裂应力; E_c 为断裂能; E_m 为断裂比能; $F_{63.20}$ 为断裂概率 63.20% 对应

的破碎力; $\sigma_{63.20}$ 为断裂概率 63.20% 对应的断裂应力; $E_{63.20}$ 为断裂概率 63.20% 对应的断裂能; $E_{m63.20}$ 为断裂概率 63.20% 对应的断裂比能; P_F 、 P_σ 、 P_E 和 P_{Em} 分别为以最大破碎力、断裂应力、断裂能和断裂比能定义的断裂概率; D_F 、 D_σ 、 D_E 和 D_{Em} 分别为以最大破碎力、断裂应力、断裂能和断裂比能定义的分布的离散程度, 该值越大, 离散程度越小即数据较集中。

对三个模型再进行整体的比较, 比较三个模型对不同尺寸下不同强度分布定义的拟合精度。

图 6 是用 Weibull 模型拟合铜钼矿颗粒在不同尺寸下不同强度分布定义的拟合结果, 可以看出拟合曲线与实验数据吻合度均较好。

图 7 是用 Logistic 模型拟合铜钼矿颗粒在不同尺寸下不同强度分布定义的拟合结果, 可以看出拟合精度低于 Weibull 模型。

图 8 是用 Lognormal 模型拟合铜钼矿颗粒在不同尺寸下不同强度分布定义的拟合结果, 可以看出拟合精度低于 Weibull 模型和 Logistic 模型。

将总实验数据拟合的相关系数绘制相关系数误差分析图, 如图 9。

通过综合比较, 最后选择 Weibull 模型来描述不规则颗粒的强度分布。

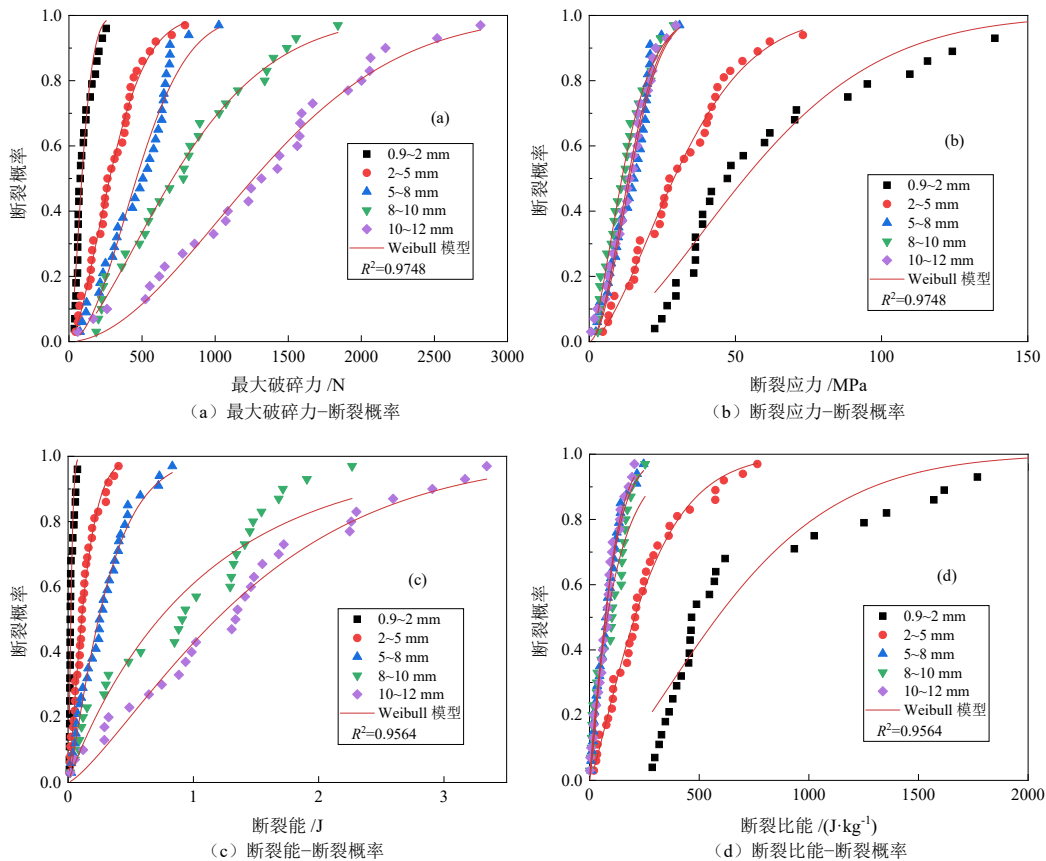


图 6 Weibull 模型对不同尺寸下的试验数据的拟合
Fig. 6 Weibull model fitting test data of materials with different sizes

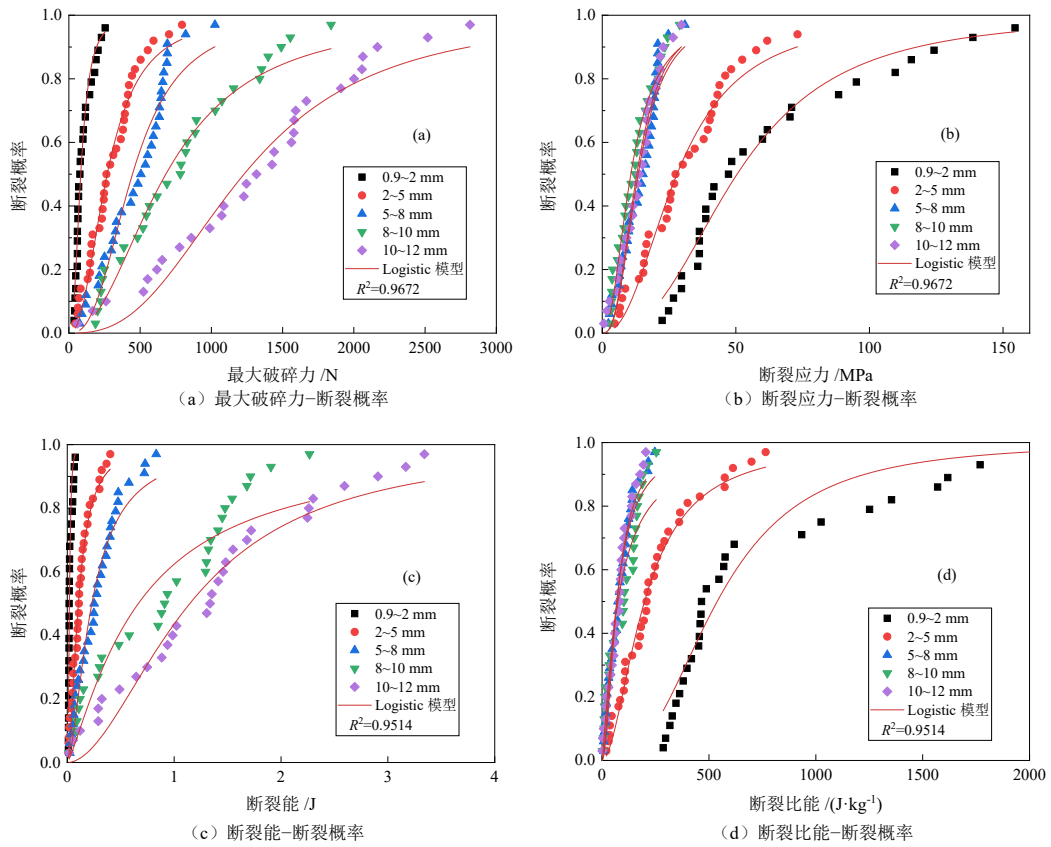


图 7 Logistic 模型对不同尺寸下的材料的试验数据的拟合
Fig. 7 Logistic model fitting test data of materials with different sizes

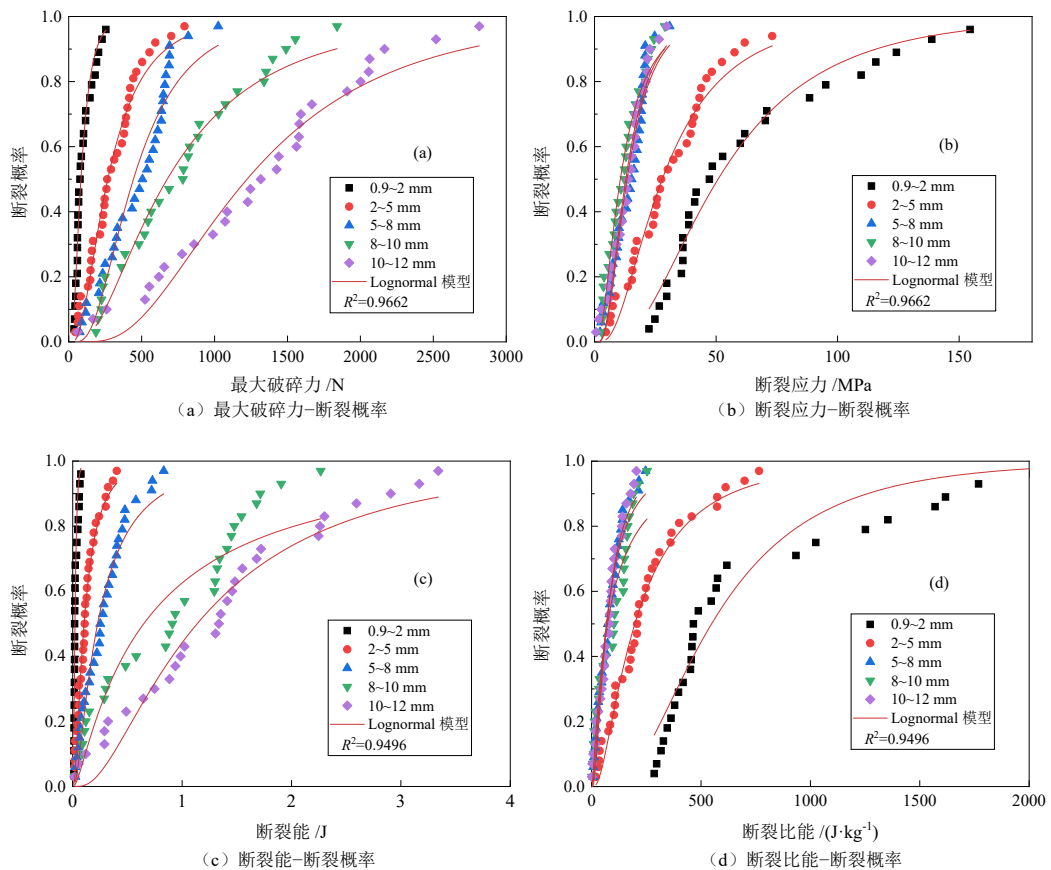


图 8 Lognormal 模型对不同尺寸下的材料的试验数据的拟合
Fig. 8 Lognormal model fitting test data of materials with different sizes

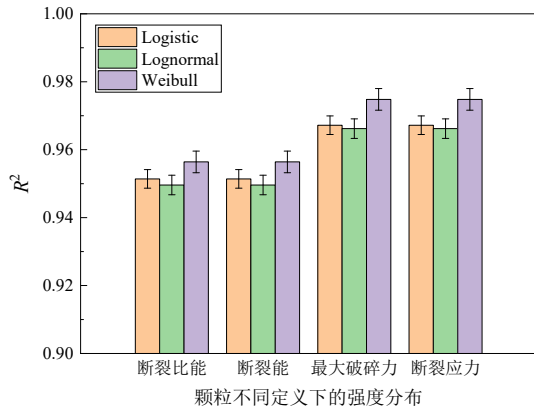


图 9 相关系数误差分析图
Fig. 9 Correlation coefficient error analysis plot

2.3 颗粒强度分布函数的扩展

利用式(6)计算出来的不规则铜钼矿的 Weibull 分布模型中的参数 b 展示在表 2 中。 D_F 、 D_σ 、 D_E 和 D_{Em} 分别为以破碎力、断裂强度、断裂能和断裂比能定义下的分布的离散程度, 该值越大, 离散程度越小即数据较集中。

由表 2 可知, D_F 、 D_σ 、 D_E 和 D_{Em} 与颗粒的尺寸没有表现出显著的关系, 这也进一步证实了之前学者提

表 3 D_F 、 D_E 与颗粒尺寸的关系

Table 3 The relationship of D_F 、 D_E and particle size

粒级/mm	最大破碎力 /N						断裂能 /J					
	D_F	F_{50}	R^2	D_F	F_{50}	R^2	D_E	E_{50}	R^2	D_E	E_{50}	R^2
0.9~2	1.66	109.14	0.945	1.72	108.35	0.944	1.51	27.79	0.881	1.23	30.08	0.873
2~5	1.62	349.06	0.990	1.72	347.36	0.989	1.25	145.30	0.989	1.23	145.76	0.989
5~8	1.95	557.38	0.964	1.72	559.27	0.960	1.18	430.10	0.989	1.23	429.21	0.988
8~10	1.52	902.90	0.990	1.72	893.58	0.985	0.95	911.01	0.943	1.23	928.01	0.926
10~12	1.87	1 317.51	0.985	1.72	1 306.47	0.983	1.30	1 366.01	0.980	1.23	1 373.01	0.980

本文也对 Weibull 模型中的 $F_{63.20}$ 、 $\sigma_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 和 $E_{m63.20}$ 进行研究, 发现 $F_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 与颗粒的尺寸呈线性关系, 如图 10 所示。 $F_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 与颗粒尺寸呈正比关系, 颗粒的尺寸越大, $F_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 也越大, 并由此得到式(12)以及(13)。

$$F_{63.20} = A_F + B_F d \quad (12)$$

$$E_{63.20} = A_E + B_E d \quad (13)$$

式中: A_F 、 B_F 、 A_E 、 B_E 均为只与材料特性有关的特性参数。

同时对 $\sigma_{63.20}$ 、 $E_{m63.20}$ 进行研究, 对其进行 Tavares 模型的拟合, 发现两者的相关系数分别达到 0.993、0.983, 拟合精度均较高, 如图 11、12, 并由此得到公式(14)以及(15):

$$\sigma_{63.20} = A_\sigma \times \left[1 + \left(\frac{d}{B_\sigma} \right)^{C_\sigma} \right] \quad (14)$$

表 2 不同粒级的铜钼矿颗粒强度分布拟合离散程度汇总
Table 2 Summary of the degree to which the intensity distribution fits discretely for copper-molybdenum ore particles of different sizes

粒级/mm	D_F	D_σ	D_E	D_{Em}
0.9~2	1.66	1.66	1.51	1.51
2~5	1.62	1.62	1.25	1.25
5~8	1.95	1.95	1.18	1.18
8~10	1.52	1.52	0.95	0.95
10~12	1.87	1.87	1.30	1.30
平均值	1.72	1.72	1.24	1.24

出 Weibull 分布模量是个常数的假设^[17-18]。

取各尺寸的平均值 D_F 、 D_E , 作为函数参数初始值并固定, 重新拟合不同定义下的强度分布数据, 计算误差范围, 若误差范围允许, 则可简化 Weibull 模型, 见表 3。

拟合结果表明, 当 D_F 、 D_E 不变时, 与之前的拟合结果比较, 其相关系数较低, 但误差仍在可接受的范围内, 验证了 D_F 、 D_E 只与材料特性有关, 与颗粒尺寸存在弱函数关系。因此可固定 D 值, 从而简化 Weibull 模型。

$$E_{m63.20} = A_{Em} \times \left[1 + \left(\frac{d}{B_{Em}} \right)^{C_{Em}} \right] \quad (15)$$

式中: A_σ 、 B_σ 、 C_σ 、 A_{Em} 、 B_{Em} 、 C_{Em} 均为只与材料特性有

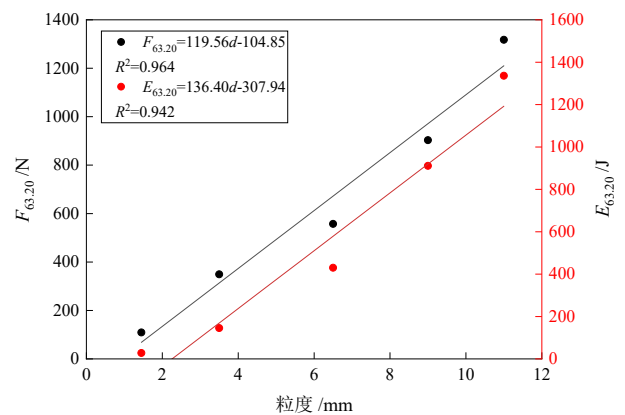


图 10 铜钼矿颗粒的 $F_{63.20}$ 和 $E_{63.20}$ 与颗粒尺寸的关系
Fig. 10 Relations between $F_{63.20}$ and $E_{63.20}$ of copper-molybdenum ore particles and particle size

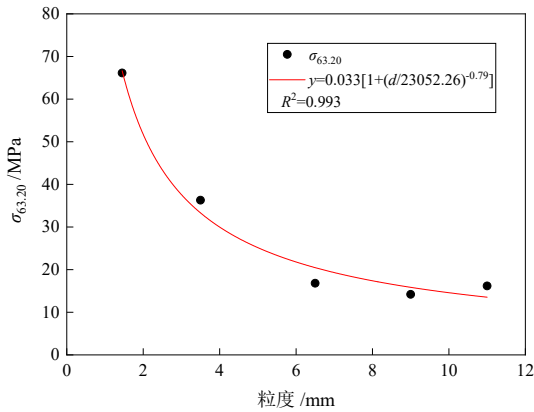


图 11 铜钼矿颗粒的 $\sigma_{63.20}$ 与颗粒尺寸的关系
Fig. 11 Relations between $\sigma_{63.20}$ of copper-molybdenum ore particles and particle size

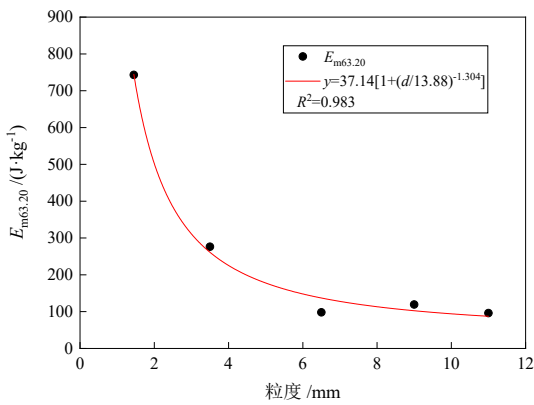


图 12 铜钼矿颗粒的 $E_{m63.20}$ 与颗粒尺寸的关系
Fig. 12 Relations between $E_{m63.20}$ of copper-molybdenum ore particles and particle size

关的特性参数。

2.4 最大破碎力与断裂能的关系

在 4 种定义颗粒强度的方式中,最大破碎力可以通过实验系统直接测量,而断裂能则可以经过力-位移曲线积分可得。将测量的最大破碎力和与其对应的断裂能绘制在双对数坐标系中,发现不同尺寸的实验数据可用一条直线拟合,如图 13 所示。通过拟合可得铜钼矿颗粒的斜率为 1.49。由图 13 可得断裂能与最大破碎力之间的关系只与材料特性有关,而与颗粒尺寸无关。

2.5 断裂应力与断裂比能的关系

TAVARES^[10] 研究发现,对于脆性材料的荷载与位移的曲线可以近似用 Hertzian 方程拟合,只在加载的初始阶段由于颗粒的错动会引起一些误差,而在弹性阶段几乎重合。并通过理论推导断裂应力与断裂比能存在定量关系,即

$$\sigma_c = K_c^{2/5} \times [E_m \beta \rho]^{3/5} \quad (16)$$

式中, K_c 为物料特性参数; β 为颗粒的形状系数。

本文也对断裂应力与断裂比能之间的关系进行

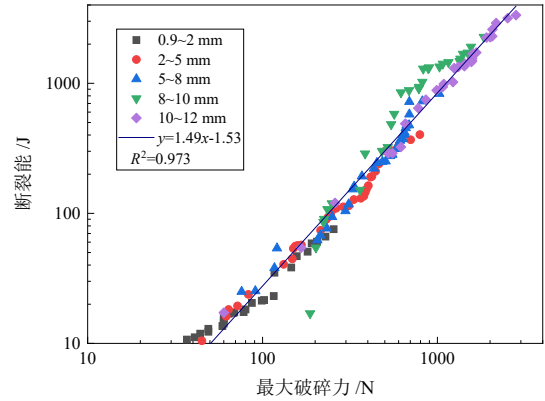


图 13 铜钼矿颗粒的断裂能与最大破碎力的关系
Fig. 13 Relations between breakage energy and maximum crushing force of copper-molybdenum ore particles

研究,将断裂应力和与其对应的断裂比能绘制在双对数坐标系中,不同尺寸的实验数据同样均可用一条直线来拟合,进一步说明不同定义强度分布之间的关系仅与材料特性有关,而与颗粒尺寸无关。如图 14 所示,直线的斜率为 0.67。

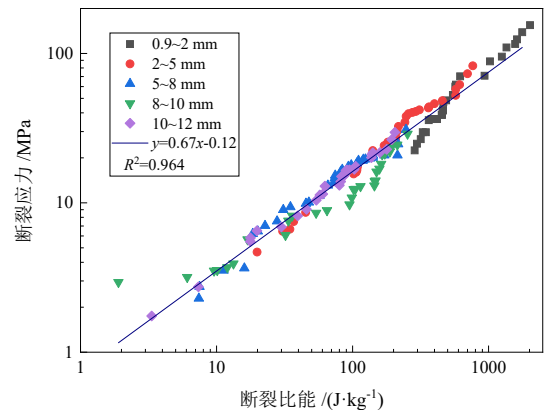


图 14 铜钼矿颗粒的断裂应力与断裂比能的关系
Fig. 14 Relations between crushing stress and breakage specific energy of Cupromolybdenum ore particles

3 结论

(1)对比 Logistic 模型、Lognormal 模型和 Weibull 模型,前 2 种模型拟合精度均低于 Weibull 模型,再考虑到三种模型数学形式的复杂程度以及模型参数的物理意义,选择 Weibull 模型来描述颗粒的强度分布,其中参数 a 为断裂概率为 63.20% 对应的强度,参数 b 为强度分布的离散程度。

(2)Weibull 模型中 D 与材料特性有关,与颗粒尺寸呈弱函数关系,因此在使用 Weibull 模型拟合时,可固定 D ,从而简化模型。模型中的 $F_{63.20}$ 、 $E_{63.20}$ 随颗粒尺寸增大呈线性规律增大,而 $\sigma_{63.20}$ 和 $E_{m63.20}$ 随着颗粒尺寸的增大而呈幂函数规律减小。

(3)将最大破碎力-断裂能以及断裂应力-断裂比能绘制在双对数坐标系中,发现即使颗粒的尺寸不同,

其实验数据均可用一条直线来拟合,最大破碎力-断裂能和断裂应力与断裂比能之间的关系只与材料特性有关,而与颗粒尺寸无关,因此可以用这种特定的关系区分不同属性的物料。

参考文献:

- [1] FUERSTENAU D W, ABOUZEID A Z M. The energy efficiency of ball milling in comminution[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2002, 67(1): 161-185.
- [2] TAVARES L M. *Handbook of Powder Technology*[M]. Oxford: Elsevier, 2007: 3-68.
- [3] POWELL M S, MORRISON R D. The future of comminution modelling[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2007, 84(1/2/3/4): 228-239.
- [4] VOGEL L, PEUKERT W. Breakage behaviour of different materials—construction of a mastercurve for the breakage probability[J]. *Powder Technology*, 2003, 129(1/2/3): 101-110.
- [5] SALMAN, ALEXANDER RUSSELL, SERGEJ AMAN, et al. Breakage probability of granules during repeated loading[J]. *Powder Technology*, 2015, 269: 541-547.
- [6] AMAN S, JÜRGEN T, KALMAN H. Breakage probability of irregularly shaped particles[J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(5): 1503-1512.
- [7] 刘建远. 威布尔分布在颗粒碎裂描述和粉碎数学建模中的应用[J]. *矿冶*, 2009(3): 1-8.
LIU J Y. Application of Weibull distribution in particle fragmentation description and comminution mathematical modeling[J]. *Mining and Metallurgy*, 2009(3): 1-8.
- [8] ROZENBLAT Y, PORTNIKOV D, LEVY A, et al. Strength distribution of particles under compression[J]. *Powder Technology*, 2011, 208(1): 215-224.
- [9] HUANG J, XU S, YI H, HU S. Size effect on the compression breakage strengths of glass particles[J]. *Powder Technology*, 2014, 268(1): 86-94.
- [10] GHADIRI M, BRUNARD N, KOLENDA F. Weibull analysis of quasistatic crushing strength of catalyst particles[J]. *Chemical Engineering Research & Design*, 2003, 81(8): 953-962.
- [11] PETUKHOV Y, KALMAN H. Empirical breakage ratio of particles due to impact[J]. *Powder Technology*, 2004, 143(26): 160-169.
- [12] JÜRGEN T, SCHREIER M, TORSTEN G. Impact crushing of concrete for liberation and recycling[J]. *Powder Technology*, 1999, 105(1): 39-51.
- [13] LIN Y L, WANG D M, LU W M. Compression and deformation of soft spherical particles[J]. *Chemical Engineering Science*, 2008, 63(1): 195-203.
- [14] ANTONYUK S, TOMAS J, HEINRICH S. Breakage behaviour of spherical granulates by compression[J]. *Chemical Engineering Science*, 2005, 60(14): 4031-4044.
- [15] WEICHERT R. Theoretical prediction of energy consumption and particle size distribution in grinding and drilling of brittle materials[J]. *Particle & Particle Systems Characterization*, 1991, 8(1): 55-62.
- [16] MA L, LI Z, WANG M. Effects of size and loading rate on the mechanical properties of single coral particles[J]. *Powder Technology*, 2019, 342: 961-971.
- [17] 黄俊宇. 冲击载荷下脆性颗粒材料多尺度变形破碎特性研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2016.
HUANG J Y. Research on multi-scale deformation and breakage characteristics of brittle particle materials under impact load[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016.
- [18] 周强, 潘永泰, 朱长勇, 等. 准静态下脆性材料强度分布试验研究[J]. *煤炭学报*, 2019, 44(S2): 708-716.
ZHOU Q, PAN Y T, ZHU C Y, et al. Experimental study on strength distribution of brittle materials at quasistatic state[J]. *Journal of China Coal Society*, 2019, 44(S2): 708-716.

Experimental Study of the Strength Distribution of Irregular Copper–molybdenum Ore Particles

ZHOU Qiang^{1,2,3}, WANG Yifan¹, XIAO Qingfei¹, LIU Xiangyang¹, SHAO Yunfeng¹, HUANG Shouxiang¹, WANG Qingkai^{2,3}, ZOU Hai¹

1. College of Land and Resources and Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, Yunnan, China;

2. State Key Laboratory of Process Automation in Mining & Metallurgy, Beijing 102628, China;

3. Beijing Key Laboratory of Process Automation in Mining & Metallurgy, Beijing 102628, China

Abstract: The fracture of irregular ore particles is a common phenomenon in mineral processing. The strength distribution of particles determines the crushing characteristics of ore. In order to quantitatively analyze the strength distribution of irregular particles, the maximum crushing force and fracture energy in the crushing process were determined by quasi-static uniaxial compression tests on five different sizes of copper–molybdenum ore particles. Three common statistical models were selected to fit the particle strength under different definitions (crushing force, crushing stress, breakage energy and breakage specific energy), and their quantitative relationships with particle size and material properties were studied. The test results show that the Weibull model was more suitable for describing the strength distribution of copper–molybdenum ore particles than the other two models. The dispersion degree D of the strength distribution in the model was related to the material properties and had a weak function relationship with the particle size. $F_{63.20}$ and $E_{63.20}$ were proportional to the particle size, while $\sigma_{63.20}$ and $E_{m63.20}$ decreased with the increase of particle size in a power function law. The relationship between particle strength (maximum breaking force–breaking energy and stress–breaking specific energy) under different definitions is only related to material properties, not particle size. The slopes were 1.49 and 0.67 in the double logarithmic coordinate system, respectively.

Keywords: irregular particles; particle strength distribution; select function; weibull model

引用格式: 周强, 汪轶凡, 肖庆飞, 刘向阳, 邵云丰, 黄守向, 王庆凯, 邹海. 不规则铜钼矿颗粒断裂强度分布实验研究[J]. 矿产保护与利用, 2023, 43(4): 33–42.

ZHOU Qiang, WANG Yifan, XIAO Qingfei, LIU Xiangyang, SHAO Yunfeng, HUANG Shouxiang, WANG Qingkai, ZOU Hai. Experimental study of the strength distribution of irregular copper–molybdenum ore particles[J]. Conservation and Utilization of Mineral Resources, 2023, 43(4): 33–42.

投稿网址: <http://kcbhyly.xml-journal.net>

E-mail: kcbh@chinajournal.net.cn